

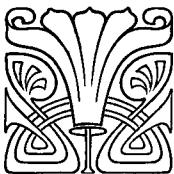
X 304 e.h.

Первый рядъ

наблюденій съ горизонтальными  
маятниками въ Юрьевѣ

надъ деформаціями земли подъ вліяніемъ  
луннаго притяженія.

А. Я. Орловъ.



117580.

Юрьевъ.

Типографія К. Маттисенъ.  
1911.

Код. №

Первый рядъ наблюдений съ горизонтальными маятниками въ Юрьевъ надъ деформациями земли подъ вліяніемъ лунного притяженія.

### I. Введение.

§ 1. Три рода астрономическихъ наблюдений приводятъ къ мысли о томъ, что землю нельзя считать неизмѣняемымъ твердымъ тѣломъ:

1. наблюдение морскихъ приливовъ и отливовъ;
2. наблюденія надъ колебаніемъ полюсовъ;
3. наблюденіе надъ отклоненіями отвѣса подъ вліяніемъ лунного притяженія.

Дѣйствительно, приливныя волны океана имѣютъ лишь  $\frac{2}{3}$  той амплитуды, которую они должны были бы имѣть при абсолютно твердой землѣ; вместо эйлерова периода колебаній полюса наблюденія широты даютъ чандлеровъ периодъ; наконецъ, маятники, подъ вліяніемъ лунного притяженія, совершаютъ приблизительно  $\frac{2}{3}$  того размаха, который быль бы при абсолютно твердой землѣ. Всѣ эти явленія объясняются тѣмъ, что земля не есть неизмѣняемое тѣло, какъ это обыкновенно допускаютъ: она способна довольно сильно деформироваться.

Наші наблюденія относятся къ третьей изъ перечисленныхъ выше категорій; они произведены съ горизонтальными маятниками Цельнера, которые еще ни разу не примѣнялись для систематическихъ наблюдений надъ колебаніями отвѣса; въ виду этого, мы позволяемъ себѣ остановиться здѣсь какъ на способахъ опредѣленія инструментальныхъ постоянныхъ, такъ и на способѣ обработки наблюденій. Изложеніе этихъ способовъ и примѣненіе ихъ къ нашимъ наблюденіямъ и составляетъ предметъ настоящаго сочиненія. Кромѣ того, мы приводимъ здѣсь описание маятниковъ Цельнера и излагаемъ краткую ихъ исторію.

§ 2. Такъ называемый горизонтальный маятникъ Цельнера былъ построенъ тремя учеными независимо другъ отъ друга и въ разныя времена, а именно, студентомъ Геиглеромъ [Dingler's polytechn. Journal 1832 В. 43], французскимъ ученымъ Перро [C. R. T. 54 1862] и извѣстнымъ физикомъ Цельнеромъ [Annalen der Physik und Chemie 1873], отъ которого маятникъ и получилъ свое название. Маятники у всѣхъ трехъ ученыхъ имѣютъ совершенно одинаковое устройство. Это стеклянный или металлический стержень съ грузомъ на одномъ концѣ; за другой конецъ стержень удерживается почти въ горизонтальномъ положеніи двумя тонкими нитями, изъ которыхъ одна идеть вверхъ, другая внизъ. У Цельнера этотъ маятникъ такъ быстро и сильно мѣняетъ свое положеніе равновѣсія, что Цельнеръ рѣшилъ замѣнить проволоки тонкими стальными полосками, которыя должны были удерживать маятникъ въ опредѣленномъ направлении, не мѣшая ему совершать малыя колебанія. Всѣ три названные ученые считали описанный маятникъ самымъ подходящимъ инструментомъ для наблюденія лунно-солнечнаго притяженія, а Цельнеръ высказалъ даже надежду, что въ будущемъ горизонтальные маятники дадутъ возможность опредѣлять массы луны и солнца, ихъ параллаксы и даже скорость распространенія силы тяжести.

Въ 1881 году маятникъ Цельнера подвергся критикѣ со стороны братьевъ Дарвиновъ; они признали этотъ маятникъ мало пригоднымъ для наблюдений надъ лунно-солнечнымъ притяженіемъ, а самыя наблюденія преждевременными. Максимальное отклоненіе отвѣса подъ вліяніемъ притяженія луны едва достигаетъ въ нашихъ широтахъ  $0^{\circ}01$ ; такую величину Дарвина считали невозможнымъ опредѣлить съ приборомъ Цельнера, гдѣ положеніе равновѣсія непрерывно мѣняется даже при пружинахъ. [Report of the Br. Association 1881 и 1882]. Замѣчанія Дарвиновъ были, однако, плохо обоснованы. Уже въ 1892 г. Роберь-Пашвица показалъ полную возможность наблюдать вліяніе лунного притяженія на горизонтальный маятникъ, если только примѣнить для наблюдений фотографическую регистрацію и обработать затѣмъ записи по правиламъ гармонического анализа, какъ это дѣлается при изученіи метеографическихъ кривыхъ. Наблюденія свои Роберь-Пашвица велъ не съ Цельнеровскими приборами, а съ горизонтальнымъ маятникомъ, имъ самимъ изобрѣтенымъ. Этотъ новый маятникъ имѣеть видъ треугольной дверцы, подвѣшенной для уменьшения тренія на остріяхъ. Наблюденія Роберь-Пашвица съ его маятниками повторили Кортацци въ Николаевѣ [Извѣстія Рус. Астр. Общ. Вып. IV 1895 и V 1896], Элертъ въ Страсбургѣ [Beiträge zur Geophys. B. III] Швейдартъ въ Гейдельбергѣ [Beiträge zur Geophys. B. VII] и Геккеръ въ Потсдамѣ [O. Hecker. Beobachtungen an Horizontalpendeln etc. 1907]. Всѣ эти наблюденія согласно привели къ тому заключенію, что горизонталь-

ный маятникъ Роберь-Пашвица отклоняется подъ вліяніемъ лунного притяженія значительно меныше, чѣмъ даетъ теорія въ предположеніи абсолютно твердой земли. Отношеніе наблюдавшаго отклоненія къ вычисленному колеблется отъ 0.4 до 0.8, что составляетъ въ среднемъ около  $\frac{2}{3}$ . Кромѣ того, у Геккера это отношеніе въ значительной степени зависитъ отъ азимута, въ которомъ установленъ приборъ. Этотъ посѣдий результатъ пуждается, однако, въ провѣркѣ.

§ 3. Какъ мы видимъ, всѣ наблюденія, сдѣланныя до сихъ поръ, произведены съ маятниками на шпилькахъ, а маятники Цельнера снова были почти забыты. Только въ 1899 г. проф. Г. В. Левицкій рѣшилъ сравнивать маятники Роберь-Пашвица съ маятниками Цельнера. Для этой цѣли въ старомъ пороховомъ подвалѣ, врытомъ далеко въ гору, на которой стоитъ Юрьевская обсерваторія, были поставлены рядомъ маятники той и другой конструкціи. Это сравненіе дало замѣчательный результатъ. Оказалось, что маятники Цельнера имѣютъ цѣлый рядъ преимуществъ передъ маятниками Роберь-Пашвица. Преимущества эти слѣдующія:

1. Простота устройства маятника Цельнера.
2. Независимость периода малыхъ колебаний отъ амплитуды.
3. Большее постоянство положенія равновѣсія, или, какъ говорятъ, большее постоянство пуль-липій.
4. Большая чувствительность.
5. Большее постоянство чувствительности.

Послѣ того, какъ этотъ результатъ былъ полученъ, горизонтальные маятники Цельнера были установлены еще въ Ташкентѣ, Иркутскѣ, Баку и Балаханахъ; однако, до сихъ поръ вездѣ эти маятники примѣнялись только для регистрации землетрясений, и лишь въ началѣ 1909 года мы сдѣлали первые опыты примѣненія ихъ къ наблюдению лунно-солнечнаго притяженія. Предварительные результаты этихъ наблюдений напечатаны въ Изв. Имп. Ак. Наукъ 1910 г. (май).

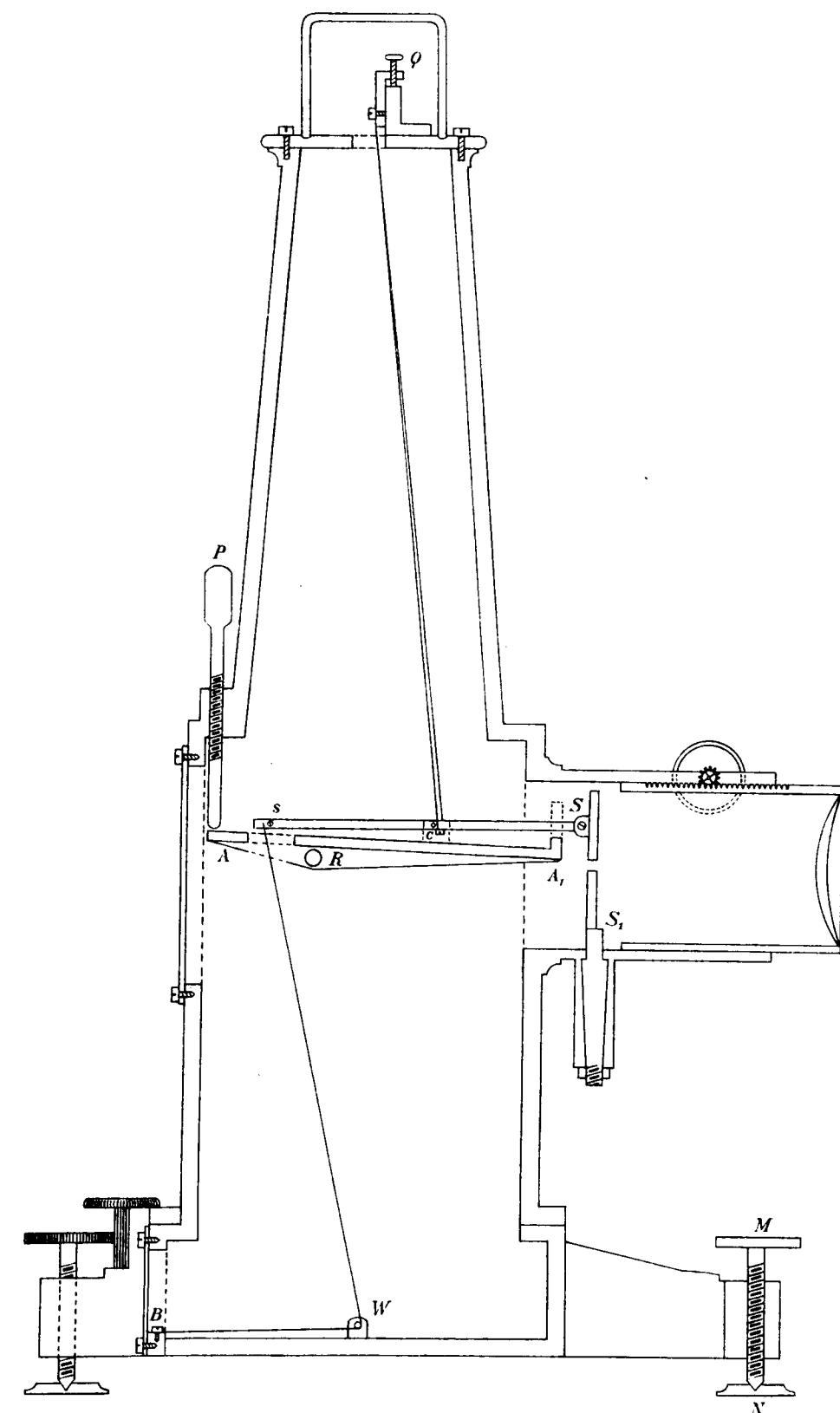
Юрьевскіе горизонтальные маятники построены извѣстнымъ механикомъ Репсольдомъ по указаніямъ Г. В. Левицкаго. Схематически нашъ маятникъ изображенъ на рисункѣ I. Къ верхнему и нижнему основанію полого усѣченаго чугуннаго конуса прикрѣплены тонкія платиновые проволоки діаметромъ  $0^{\text{мм}}05$ . Эти проволоки поддерживаютъ латунный стерженекъ, длиною въ 16 см. Всѣ этого стержня съ зеркаломъ, прикрѣпленнымъ къ его концу для фотографической регистрации, равенъ 26 гр. Одинъ конецъ нижней проволоки зажать въ расцепленіи стержня; другой конецъ этой проволоки перекинуть черезъ вальцъ  $W$  и закрѣпленъ винтомъ  $V$ . Верхняя нить перекинута черезъ стержень маятника, къ которому она прикрѣплена винтикомъ  $C$ , такъ что ея оба конца идутъ вверхъ и при-

жимаются пластинкой къ небольшому выступу, сдѣланному на верхнемъ основаніи чугунного конуса. Этотъ выступъ съ нитью можно перемѣщать вверхъ и внизъ съ помощью винта *Q*. Когда маятникъ подвѣненъ, то нижняя нить прижимается внизу къ неподвижному выступу, которымъ оканчивается валикъ *W*; для этой цѣли служитъ пластина, которая можетъ только скользить вдоль по цилиндрическому валику *W*. При такомъ способѣ подвѣски, проволоки не имѣютъ сгибовъ у точекъ прикрѣпленія. Длина верхней, двойной нити равна 30 см.: длина нижней — 15 см. Растояніе между точками прикрѣпленія нитей на стержнѣ равно 7 см.

Изъ приведеннаго описанія видно, что конусообразный штативъ является въ то же время и колпакомъ, предохраняющимъ маятникъ отъ вѣтнинъ вліяній. Чтобы иметь доступъ къ маятнику, въ штативѣ сдѣланы три оконечка, закрываемыя привинчивающимися крышками. Спереди, передъ зеркаломъ маятника, къ штативу привинчена трубка съ длиннофокуснымъ объективомъ. Регистрація колебаній маятника производится обычнымъ способомъ: въ фокусѣ объектива находится освѣщенная газовой горѣлкой щель; лучи свѣта проходятъ черезъ объективъ и, отражаясь отъ зеркала маятника, снова собираются въ фокусѣ объектива; здѣсь поставлена цилиндрическая линза, обращающая свѣтящееся изображеніе щели въ яркую точку, которая падаетъ уже на фотографическую бумагу, пачкнутую на барабанѣ регистрарнаго аппарата. На этой бумагѣ получались у насъ слѣды отъ трехъ свѣтящихся точекъ: двѣ точки — отъ двухъ маятниковъ, установленныхъ взаимно перпендикулярно; третья же точка получалась отъ зеркала, неизмѣнно связанного со штативомъ маятника. Это зеркало давало на бумагѣ прямую линію, относительно которой и производились затѣмъ измѣренія ordinatъ кривыхъ, выписываемыхъ маятниками. Чтобы получить на барабанѣ регистрарнаго аппарата свѣтящіяся точки сразу отъ обоихъ маятниковъ, передъ однимъ изъ нихъ ставится зеркало подъ угломъ въ  $45^{\circ}$  къ направлению луча свѣта.

Подъ стержнемъ маятника находится пластина съ двумя вилочками. Эта пластина помощью винта *A* вращается вокругъ горизонтальной оси и служитъ для арретированія маятника. Послѣдній подхватывается спачала передней вилкой и затѣмъ срединою своей ложится на другую маленькую вилку арретира.

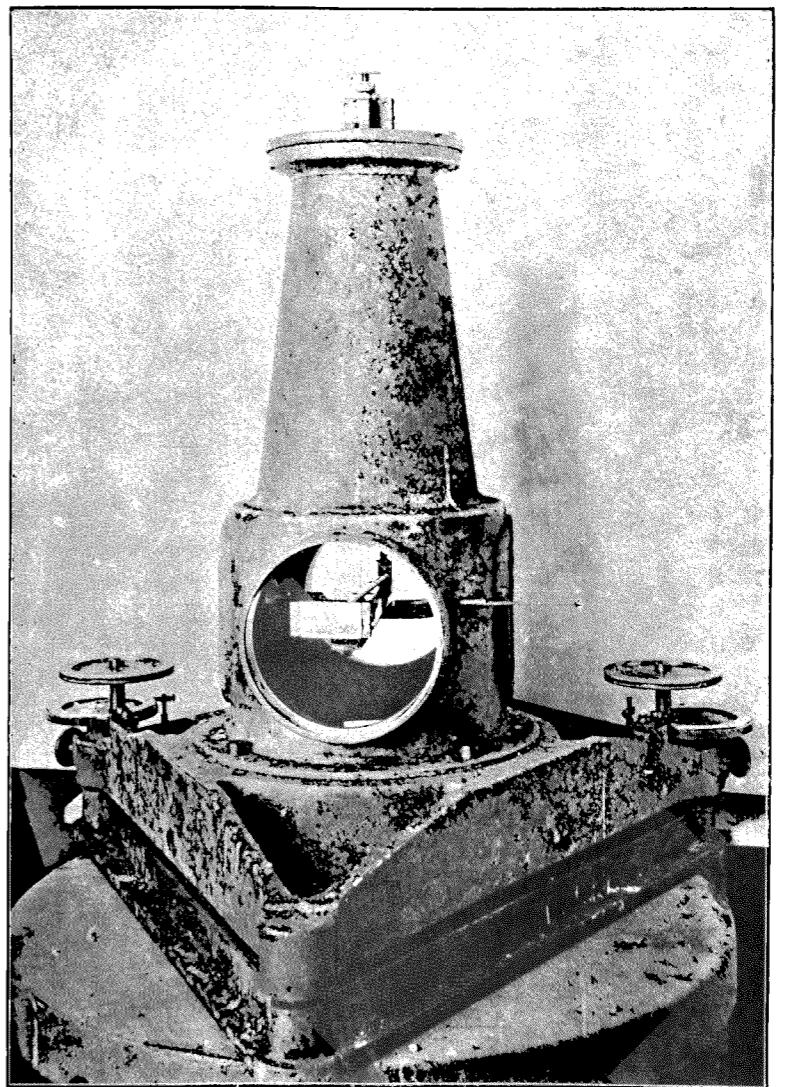
Штативъ у маятниковъ репсольдовской работы имѣть только два установочныхъ винта: впереди подъ объективомъ опь упирается на штифтъ. (См. рис. II.) Отсутствіе третьего установочнаго винта является, по нашему мнѣнію, главнымъ недостаткомъ описаннаго маятника. Большія неудобства представлять также трудность доступа къ маятнику, такъ какъ оконечки въ штативѣ сдѣланы слишкомъ малыми. Нѣть также приспо-



#### Горизонтальный маятникъ Цельнера-Репсольда.

- ss* — стержень маятника, оканчивающійся зеркаломъ *S*.
- AA<sub>1</sub>* — арретиръ, вращающійся около горизонтальной оси *R*.
- P* — винтъ для подниманія и опусканія арретира.
- S<sub>1</sub>* — неподвижное зеркало, имѣющее приспособленія для его вращенія вокругъ горизонтальной и вертикальной осей.
- MN* — винтъ съ тонкой нарезкой, раздѣленной головкой и съ неподвижнымъ индексомъ; послѣдній на рисункѣ не изображенъ.

Рис. II.



Горизонтальный маятникъ безъ объектива.

соблесія для передвиженія об'єктива, что затрудняет установку свѣтящихся точекъ по фокусу.

Время на діаграммахъ отмѣчается тѣмъ, что каждыи часъ свѣтъ фонаря автоматически закрывается ширмочкой на пѣсколько секундъ, вслѣдствіе чего линіи на діаграммѣ получаются прерывистыми. Иногда отмѣтки времени устраиваются такъ, что закрывается лишь свѣтъ, падающій отъ неподвижнаго зеркала: этотъ способъ кажется намъ весьма неудобнымъ. Если все линіи получаются съ перерывами, какъ у насъ, то сразу видно какое мѣсто кривой, выписываемой маятникомъ, соотвѣтствує моменту, когда свѣтъ закрылся: въ противномъ случаѣ, нужно перерывъ постоянной линіи проектировать на линію маятника, что влечетъ за собой различныи ошибки и затрудняетъ измѣренія. Цлина часа на валѣ у насъ равна 15 мім.

Послѣ первой серии наблюдений мы сдѣлали у нашихъ маятниковъ пѣсколько передѣлокъ, о которыхъ будетъ сказано ниже.

§ 4. Помѣщеніе, въ которомъ устанавливаются маятники, должно быть выбрано съ особенной тщательностью. Въ Лейпцигѣ Цельнеръ установилъ свои маятники въ подвалѣ университета на глубинѣ почти двухъ саженей; несмотря на это, маятники сильно отклонялись въ сторону, когда во второмъ этажѣ въ аудиторію собирались студенты. Въ Юрьевѣ, какъ было уже сказано, маятники установлены въ старомъ погребѣ, врытомъ въ середину горки, где стоять обсерваторія, анатоміческій театръ и другія университетскія зданія. Стѣны большої камеры погреба, гдѣ имѣнио и помѣщаются горизонтальные маятники, пѣсколько толще сажени: эта камера со всѣхъ четырехъ сторонъ окружена коридоромъ, толстая виѣшнія стѣны котораго находятся прямо въ землѣ; только съ юга виѣшнія стѣна, толщиною въ сажень, остается открытой. Температура погреба въ теченіе года менѣяется въ предѣлахъ лишь двухъ градусовъ. Недостаткомъ нашего погреба является очень большая сырость. Это обстоятельство пѣсколько затрудняетъ наблюденія. Долгое время нельзѧ было достигнуть хорошихъ изображеній свѣтящихся точекъ на валѣ регистрируаго аппарата, такъ какъ для этого нужно было имѣть узкую щель у фонаря; когда сужали щель, то влага быстро собиралась въ ней и совсѣмъ закрывала свѣтъ. Теперь механику Б. А. Мессеру удалось устраниить этотъ недостатокъ тѣмъ, что пластинки, образующія щель сдѣланы изъ эбонита, а самая щель открыта снизу; кромѣ того, у самой щели впаяна трубка, другой конецъ которой выходитъ падь пламенемъ горѣлки; вслѣдствіе этого около щели образуется тяга, и влага собраться уже не можетъ. Теперь щель фонаря можно сузить, какъ угодно.

Рѣдкая їзда падь погребомъ совершиенно не передается на маятники. Наши наблюденія показали кромѣ того, что всякия виѣшнія вліянія, напримѣръ, сильныя измѣненія виѣшніей температуры, оказываютъ у насъ

меньшее действие на маятники, чѣмъ въ извѣстномъ потсдамскомъ колодцѣ, гдѣ маятники были установлены на глубинѣ 12 саженей. Поль нашего погреба находится приблизительно на 6 саженей выше центральной части Юрьева; обсерваторія приблизительно настолько же выше пола погреба; она стоитъ пѣсколько въ сторонѣ, а не надъ самыи погребомъ.

## II. Собственное движение горизонтального маятника и определение его постоянныхъ.

§ 5. Подъ собственнымъ движениемъ маятника разумѣются тѣ колебанія, которыя совершаютъ маятникъ послѣ толчка подъ вліяніемъ силы тяжести. Уравненіе этого движения выводится очень просто.

Возьмемъ прямоугольную систему координатъ  $OXYZ$  съ началомъ въ точкѣ пересѣченія оси вращенія маятника  $AB$  съ перпендикуляромъ, опущеннымъ на эту ось изъ центра тяжести,  $K$ , маятника. Ось  $OZ$  пусть совпадаетъ съ осью вращенія  $AB$ , а ось  $OX$  съ перпендикуляромъ  $OK$ . Проекціи силы тяжести на оси  $OX$ ,  $OY$  и  $OZ$  будутъ соотвѣтственно равны:

$$mg \sin i, \quad 0, \quad -mg \cos i,$$

гдѣ  $m$  есть элементъ массы,  $g$  ускореніе силы тяжести мѣста наблюденія, а  $i$  — очень малый уголъ между осью  $OZ$  и вертикальной линіей. Пусть  $C$  есть моментъ инерціи маятника вокругъ оси  $AB$ ;  $\theta$  — уголъ отклоненія маятника отъ положенія равновѣсія, и  $L$  — моментъ силы тяжести относительно оси вращенія, тогда

$$C \frac{d^2\theta}{dt^2} = L = -\sum mgy \sin i.$$

Здѣсь  $m$  есть элементъ массы маятника съ координатами  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , а суммированіе распространено на все тѣло маятника. Обозначимъ, далѣе, черезъ  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$  координаты того же элемента относительно осей, неизмѣнно связанныхъ съ тѣломъ маятника, причемъ ось  $O\xi$  пусть совпадаетъ съ осью  $OZ$ , а ось  $O\xi$  проходитъ черезъ центръ тяжести маятника. Мы имѣемъ:

$$\left. \begin{aligned} x &= \xi \cos \theta - \eta \sin \theta \\ y &= \xi \sin \theta + \eta \cos \theta \end{aligned} \right\} \quad \dots \quad (1)$$

Соотвѣтственно нашему выбору координатъ,

$$\sum m\eta = 0, \quad \sum m\xi = Ml,$$

гдѣ  $M$  есть масса маятника, а  $l$  разстояніе его центра тяжести отъ оси вращенія. Слѣдовательно:

$$L = -Mlg \sin i \sin \theta$$

и

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{Ml}{C} g \sin i \sin \theta = 0$$

Ограничиваючись, затѣмъ, случаемъ весьма малыхъ колебаній и полагая

$$\frac{Ml}{C} = l_0, \quad l_0 g \sin i = n^2,$$

получаемъ:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + n^2 \theta = 0 \quad \dots \quad (2)$$

Собственное движение маятника не представляется еще уравненіемъ (2); сюда надо прибавить члены, зависящіе отъ сопротивленія воздуха, дѣйствія проволокъ и т. д.; при весьма малыхъ колебаніяхъ эти члены мы можемъ представить суммой

$$\varepsilon \theta + 2k \frac{d\theta}{dt}$$

гдѣ  $\varepsilon$  и  $k$  суть двѣ малыя постоянныя величины, и вместо уравненія (2) мы будемъ имѣть:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2k \frac{d\theta}{dt} + (n^2 + \varepsilon) \theta = 0.$$

Величина  $k^2$  у насъ исчезающе мала по сравненію съ  $n^2$ , поэтому, интегрируя послѣднее уравненіе, получимъ:

$$\theta = e^{-kt} (A \cos \mu t + B \sin \mu t), \quad \dots \quad (3)$$

гдѣ  $A$  и  $B$  суть двѣ произвольныя постоянныя, а

$$\mu^2 = n^2 + \varepsilon - k^2.$$

Величиной  $k^2$  обыкновенно мы можемъ пренебречь и принять

$$\mu^2 = n^2 + \varepsilon.$$

Пусть при

$$t = 0, \quad \theta = \theta_0 > 0 \quad \text{и} \quad \frac{d\theta}{dt} = 0,$$