О ПРИБЛИЖЕННЫХЪ ВЫРАЖЕНІЯХЪ

КВАДРАТНАГО КОРНЯ

ПЕРЕМѢННОЙ

ЧЕРЕЗЪ ПРОСТЫЯ ДРОБИ.

П. ЧЕБЫШЕВЪ.

Читано въ засѣданіи Физико-Математическаго Отдѣленія 14-го марта 1889 г.

ПРИЛОЖЕНІЕ КЪ LXI-му ТОМУ ЗАПИСОКЪ ИМПЕР. АКАДЕМІИ НАУКЪ.

№ 1.

САНКТПЕТЕРБУРГЪ. 1889.

ПРОДАЕТСЯ У КОМИСІОНЕРОВЪ ИМПЕРАТОРСКОЙ АКАДЕМІИ НАУКЪ:

И. Глазунова, въ С. П. Б. **Эггерса и Комп.,** въ С. П. Б.

Н. Киммеля, въ Ригѣ.

Цѣна 20 коп.

О ПРИБЛИЖЕННЫХЪ ВЫРАЖЕНІЯХЪ КВАДРАТНАГО КОРНЯ ПЕРЕМѢННОЙ ЧЕРЕЗЪ ПРОСТЫЯ ДРОБИ.

П. ЧЕБЫШЕВЪ.

Читано въ засѣданіи Физико-Математическаго Отдѣленія 14-го марта 1889 г.

ПРИЛОЖЕНІЕ КЪ LXI-му ТОМУ ЗАПИСОКЪ ИМПЕР. АКАДЕМІИ НАУКЪ.
№ 1.

САНКТПЕТЕРБУРГЪ, 1889.

ПРОДАЕТСЯ У КОМИСІОНЕРОВЪ ИМПЕРАТОРСКОЙ АКАДЕМІИ НАУКЪ:

И. Глазунова, въ С. П. Б. **Эггерса и Комп.,** въ С. П. Б.

Н. Киммеля, въ Ригѣ.

Цѣна 20 коп.

Напечатано по распоряженію Императорской Академіи Наукъ.
С.-Петербургъ, Май 1889 года.

Непремѣнный Секретарь, Академикъ *К. Веселовскій.*

ТИПОГРАФІЯ ИМПЕРАТОРСКОЙ АКАДЕМІИ НАУКЪ.
Вас. Остр., 9 лин., № 12.

§ 1. При вычисленіи квадратуръ не рѣдко приходится замѣнять функціи, представляющія затрудненія для интегрированія, ихъ приближенными выраженіями. Если такое затрудненіе происходитъ отъ радикала второй степени, съ большою пользою можетъ быть употреблено приближенное выраженіе радикала

$$\sqrt{\frac{1}{x}}$$

функціею вида

$$A + \frac{B_1}{C_1 + x} + \frac{B_2}{C_2 + x} + \ldots + \frac{B_n}{C_n + x},$$

которое получается при помощи первой теоремы, доказанной нами въ Мемуарѣ, подъ заглавіемъ: *Sur les questions de minima qui se rattachent à la représentation approximative des fonctions* *). Когда имѣется въ виду по возможности уменьшить предѣлъ относительной погрѣшности при всѣхъ значеніяхъ x, отъ $x = 1$ до $x = h > 1$, наилучшее представленіе радикала

$$\sqrt{\frac{1}{x}}$$

функціею

$$A + \frac{B_1}{C_1 + x} + \frac{B_2}{C_2 + x} + \ldots + \frac{B_n}{C_n + x}$$

---

*) Mémoires de l'Académie Impériale. Tome VII, 1858.

будетъ то, при которомъ отношенія

$$\frac{\sqrt{\frac{1}{x}}}{A+\frac{B_1}{C_1+x}+\frac{B_2}{C_2+x}+\ldots+\frac{B_n}{C_n+x}},$$

$$\frac{A+\frac{B_1}{C_1+x}+\frac{B_2}{C_2+x}+\ldots+\frac{B_n}{C_n+x}}{\sqrt{\frac{1}{x}}}$$

наименѣе удаляются отъ 1 между $x=1$, $x=h$. Такое представленіе радикала

$$\sqrt{\frac{1}{x}}$$

мы можемъ найти при помощи вышеупомянутой теоремы, прикладывая ее къ опредѣленію величинъ

$$A, B_1, B_2, \ldots B_n, C_1, C_2, \ldots C_n,$$

съ которыми логариѳмъ отношенія

$$\frac{\sqrt{\frac{1}{x}}}{A+\frac{B_1}{C_1+x}+\frac{B_2}{C_2+x}+\ldots+\frac{B_n}{C_n+x}}$$

или

$$\frac{A+\frac{B_1}{C_1+x}+\frac{B_2}{C_2+x}+\ldots+\frac{B_n}{C_n+x}}{\sqrt{\frac{1}{x}}}$$

наименѣе уклоняется отъ 0, когда x мѣняется отъ $x=1$ до $x=h$. Полагая, что въ промежуткѣ $x=1$, $x=h$ предѣльныя величины этихъ отношеній суть

$$l, \frac{1}{l} > l,$$

мы на основаніи вышеупомянутой теоремы убѣждаемся въ воз-