

А К А Д Е М И Я Н А У К С С С Р

СОБРАНИЕ ТРУДОВ

АКАДЕМИКА

А. Н. КРЫЛОВА

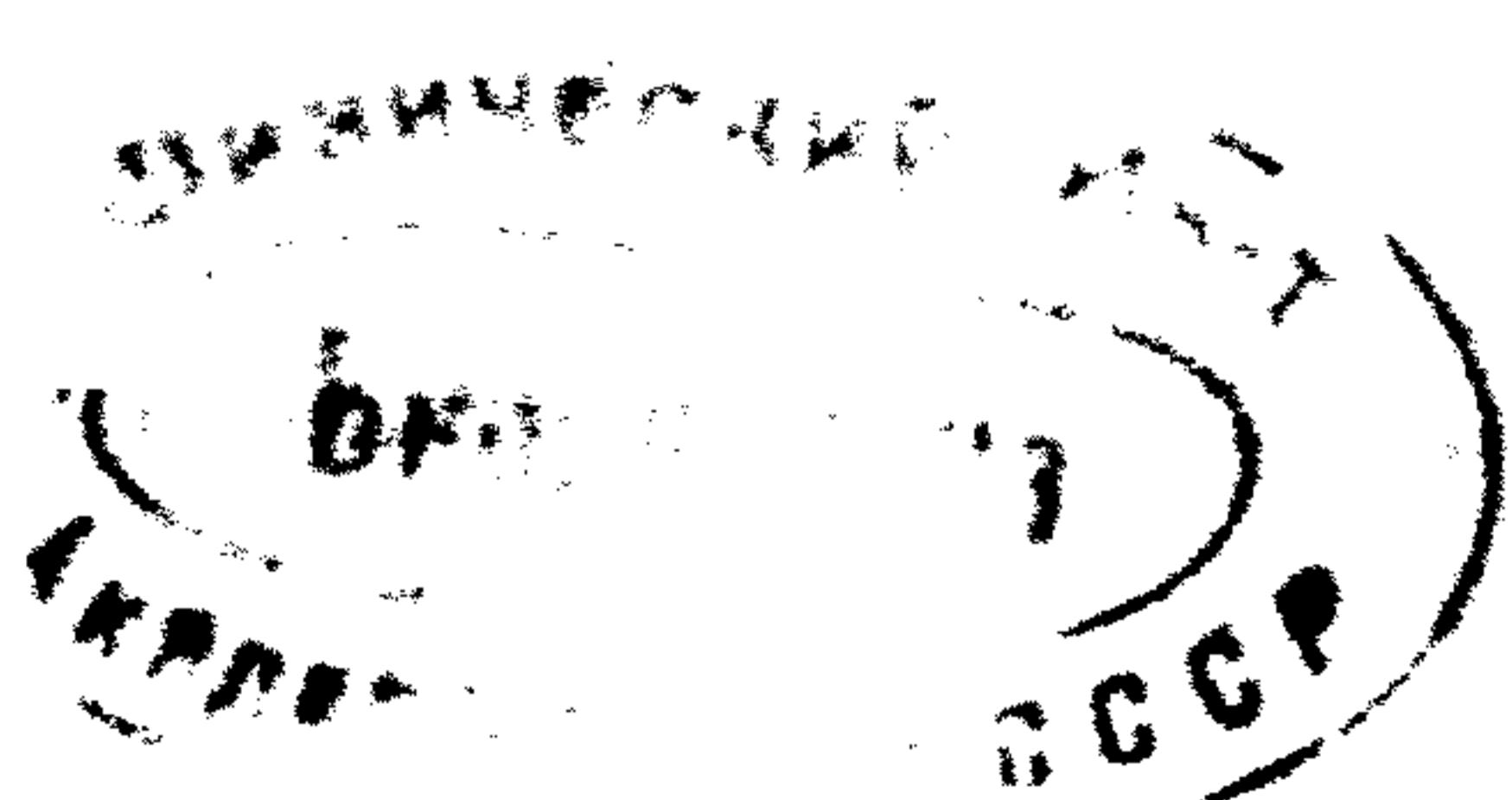
VII

Ис. Ньютона

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАЧАЛА НАТУРАЛЬНОЙ ФИЛОСОФИИ

ПЕРЕВОД С ЛАТИНСКОГО
С ОРИГИНАЛАМИ И ПОЯСНЕНИЯМИ

А. Н. КРЫЛОВА.



ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР
МОСКОВА — ЛЕНИНГРАД
1986

Напечатано по распоряжению Академии Наук СССР

Апрель 1936 г.

Непременный секретарь академик *Н. Горбунов*

Редактор издания А. Н. Крылов

Технический редактор С. А. Шабуневич. — Ученый корректор З. Л. Сиваков

Начато набором 22 июля 1935 г. — Подписано к печати 27 апреля 1936 г.

**Формат бум. 72 × 110 см. — 44 $\frac{1}{4}$ печ. л. — 54.90 уч. авт. л. — 49765 тип. зн. — Тираж 3170
Ленгорлит № 11667. — АНИ № 965. — Заказ № 2266**

Типография Академии Наук СССР. Ленинград, В. О., 9 линия, 12

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | Стр. |
|---|------|
| Предисловие переводчика | V |
| Предисловие автора к первому изданию | 1 |
| Предисловие автора ко второму изданию | 4 |
| Предисловие издателя ко второму изданию | — |
| Предисловие автора к третьему изданию | 21 |
| Определения | 23 |
| Аксиомы или законы движения | 39 |

Книга I

О движении тел

| | |
|--|-----|
| Отдел I. О методе первых и последних отношений, при помощи которого последующее доказывается | 57 |
| Отдел II. О нахождении центростремительных сил | 73 |
| Отдел III. О движении тел по эксцентричным коническим сечениям | 91 |
| Отдел IV. Об определении эллиптических, параболических и гиперболических орбит при заданном фокусе | 106 |
| Отдел V. О нахождении орбит, когда ни одного фокуса не задано | 116 |
| Отдел VI. Об определении движения по заданным орбитам | 151 |
| Отдел VII. О прямолинейном движении тел к центру или от центра | 160 |
| Отдел VIII. О нахождении орбит, по которым обращаются тела под действием каких угодно центростремительных сил | 175 |
| Отдел IX. О движении тел по подвижным орбитам и о перемещении апсид | 184 |
| Отдел X. О движении тел по заданным поверхностям и о колебательном движении подвешенных тел | 199 |
| Отдел XI. О движении тел, взаимно притягивающихся центростремительными силами | 216 |
| Отдел XII. О притягательных силах сферических тел | 244 |
| Отдел XIII. О притяжении тел не сферических | 266 |
| Отдел XIV. О движении весьма малых тел под действием центростремительных сил, направленных к отдельным частицам весьма большого тела | 280 |
| Примечание переводчика к предложению LXVI | 288 |

Книга II

О движении тел

| | |
|---|-----|
| Отдел I. О движении тел при сопротивлении, пропорциональном скорости | 312 |
| Отдел II. О движении тел при сопротивлении, пропорциональном второй степени скорости | 325 |
| Отдел III. О движении тел при сопротивлении, частью пропорциональном первой степени скорости, частью — второй | 356 |

| | Стр. |
|---|------|
| Отдел IV. О круговом обращении тел в сопротивляющейся среде | 369 |
| Отдел V. О плотности и сжатии жидкостей и о гидростатике | 377 |
| Отдел VI. О движении маятников при сопротивлении | 392 |
| Отдел VII. О движении жидкостей и сопротивлении брошенных тел | 422 |
| Отдел VIII. О движении, распространяющемся через жидкости | 467 |
| Отдел IX. О круговом движении жидкостей | 486 |

Книга III

О системе мира

| | |
|---|-----|
| Правила умозаключений в физике | 502 |
| Явления | 504 |
| Предложения | 510 |
| О движении узлов орбиты Луны | 572 |
| О ньютоновой теории Луны (гл. III т. III «Небесной Механики» Тиссерана) | 663 |
| Опыты над сопротивлением воздуха качаниям маятника (ст. С. В. Вяхирева) | 686 |

— — — — —

ПРЕДИСЛОВИЕ ПЕРЕВОДЧИКА

«*Начала Натуральной Философии*» Ньютона составляют незыблемое основание Механики, Теоретической Астрономии и Физики. Лагранж назвал это сочинение «величайшим из произведений человеческого ума», поэтому само собою ясна та польза, которую всякий может извлечь из изучения этого произведения.

Сочинение Ньютона при жизни автора было издано три раза: в 1686, 1713 и 1725 гг. Затем было еще пять или шесть изданий на латинском языке. Последнее из этих латинских изданий исполнено в Глазгоу в 1871 г. попечением В. Томсона (lord Кельвин) и Г. Блакбуриа.

Все эти латинские издания составляют теперь своего рода редкость, вместе с тем принятые в них старинное начертание формул и старинный математический язык вносят для теперешнего читателя лишнюю трудность в изучении сочинения Ньютона.

На английский язык «Начала» переведены, можно сказать, с подстрочною точностью Моттом и изданы в 1727 г.; кроме того, имеется их французский перевод, выполненный маркизом Дюшателе с примечаниями Клеро, изданный в 1759 г., и, наконец, немецкий перевод Вольферса, изданный в 1871 г.

Уже по времени издания видно, что английский и французский переводы также составляют редкость. Перевод Вольферса местами неточен, причем заметно, что переводчик не ясно понимал мысль автора, к тому же примечания, которыми он свой перевод снабдил, местами ошибочны.

Латинский язык недоступен большей части слушателей нашей Морской Академии, поэтому, чтобы облегчить им возможность ознакомления с первоисточником многих из сообщаемых им знаний и чтобы, при упоминании имени Ньютона, желающие могли найти подлинные его слова, доказательства и рассуждения, относящиеся к данному вопросу, я решил исполнить русский перевод ньютоновых «Начал Натуральной Философии». Я придерживался латинского текста издания 1871 г. и, переведя его сперва почти подстрочно, неоднократно перечитывал и исправлял этот перевод так, чтобы при точном сохранении не только смысла подлинника, но и самых слов автора,

достигнуть правильности и гладкости русского языка и избегнуть употребления латинских слов вроде: импульс, эффект, факт и т. п., которые от написания их русскими буквами не становятся русскими. Затем, для еще более тщательной чистки я этот перевод вновь переписал сам для подготовки его к печати.

Ньютона почти все свои рассуждения и доказательства ведет геометрически, из слов его предисловия к первому изданию видно, какое значение он придавал точности чертежа. В издании Томсона и Блакбурна эта точность соблюдена, я постарался ее соблюсти и в русском переводе; для этого я перечертил все чертежи тушью в удвоенном масштабе, а некоторые пересоставил сам вновь, строго следя за полным их соответствием тексту. С этих мною самим исполненных чертежей изготовлены фотоцинкографией в два раза уменьшенные клише.

Отдельные места текста по сжатости изложения или особенностям бывших в то время математических приемов требовали некоторых пояснений и толкований, все эти толкования помещены при самом тексте в примечаниях, подобно тому, как в латинском трехтомном издании иезуитов Лесёра и Жакье 1760 г. Лишь примечание к предложению LXVI ввиду его значительного объема отнесено к концу первой книги.

Те места подлинника, которые в силу особенностей латинского языка допускали разное толкование, приведены в примечаниях и по-латыни, причем я поясняю причины, заставившие меня остановиться на том или ином их толковании.

Начальник и Конференция Академии признали, что помещение русского перевода ньютоновых «Начал» в «Известиях Морской Академии» соответствует цели этого издания, и я считаю своим долгом принести Г. И. Шульгину и Конференции Академии глубокую благодарность за оказываемое моему труду доверие.

A. Крылов

Заслуженный профессор
Морской Академии.

ПРЕДИСЛОВИЕ АВТОРА К ПЕРВОМУ ИЗДАНИЮ

Так как древние, по словам Паппса, придавали большое значение механике при изучении природы, то новейшие авторы, отбросив субстанции и скрытые свойства, стараются подчинить явления природы законам математики.

В этом сочинении имеется в виду тщательное развитие приложений математики к физике.¹

Древние рассматривали механику двояко: как *рациональную* (умозрительную), разрабатываемую точными доказательствами, и как *практическую*. К практической механике относятся все ремесла и производства, именуемые *механическими*, от которых получила свое название и самая *механика*.

Так как ремесленники довольствуются в работе лишь малой степенью точности, то образовалось мнение, что механика тем отличается от геометрии, что все вполне точное принадлежит к геометрии, менее точное относится к механике. Но погрешности заключаются не в самом ремесле или искусстве, а принадлежат исполнителю работы: кто работает с меньшою точностью, тот — худший механик, и если бы кто-нибудь смог исполнять изделие с совершеннейшою точностью, тот был бы наилучшим из всех механиков.

Однако самое проведение прямых линий и кругов, служащее основанием геометрии, в сущности относится к механике. Геометрия не учит тому, *как* проводить эти линии, но предполагает (постулирует) выполнимость этих построений. Предполагается также, что приступающий к изучению геометрии уже ранее научился точно чертить круги и прямые линии; в геометрии показывается лишь, каким образом при помощи проведения

¹ При современной терминологии заглавие сочинения Ньютона: «Philosophiae Naturalis Principia Mathematica» — наиболее точно передается словами: «Математические основания физики». Термин «Натуральная или естественная философия» — «Natural Philosophy» удержался и до сих пор в английской литературе; так, напр., озаглавлено знаменитое сочинение В. Томсона и Тэта.

этих линий решаются разные вопросы и задачи. Само по себе черчение прямой и круга составляет также задачу, но только не геометрическую. Решение этой задачи заимствуется из механики, геометрия учит лишь пользованию этими решениями. Геометрия за то и прославляется, что заимствовав извне столь мало основных положений, она столь многого достигает.

Итак, геометрия основывается на механической практике и есть не что иное, как та часть *общей механики*, в которой излагается и доказывается искусство точного измерения. Но так как в ремеслах и производствах приходится по большей части иметь дело с движением тел, то обычно все касающееся лишь величины относят к геометрии, все же касающееся движения — к механике.

В этом смысле *рациональная механика* есть учение о движениях, производимых какими бы то ни было силами, и о силах, требуемых для производства каких бы то ни было движений, точно изложенное и доказанное.

Древними эта часть механики была разработана лишь в виде учения о пяти машинах,² применяемых в ремеслах; при этом даже тяжесть (так

² Слова: «Pars haec mechanicae a veteribus in potentiis quinque ad artes manuales spectantibus exulta fuit, qui gravitatem (cum potentia manualis non sit) vix aliter quam in ponderibus per potentis illas movendis considerarunt» представляют для перевода ту трудность, что здесь слово «potentia» употреблено в двух разных смыслах, из которых один уже более не употребляется. Сохранившийся смысл слова «potentia» есть сила, мощность; и лишь этот смысл и сохранен за этим словом в переводе Wolfers'a, где поставлено слово «Kraft», или маркизы Du Châtelet, где поставлено слово «puissance», и фраза Ньютона становится совершенно непонятной. Между тем во времена Ньютона слово «potentia» употреблялось и как равносильное слову «machina» — машина. Так, напр., в «Механике» Wallis'a, изданной в 1671 г. (*Opera omnia*, vol. I, p. 969) говорится: «in axe cum peritrochio et cognatis potentiis quibus eadem est ratio»..., в заголовке же: «de axe in peritrochio et machinis cognatis», или далее: «Solent autem plerique omnes mechanicorum scriptores „potentiam“ hanc ad Vectem reducere». В тексте самих «Principia», в следствии II законов, Ньютон употребляет слова: «potentiis mechanicis» как равносильное «machinis mechanicis», чтобы избежать частого повторения слова «machina».

Основные машины, рассматривавшиеся древними авторами, суть: *vetus* — рычаг, *axis in peritrochio* — ворот, *trochlea seu polispastus* — блок, *cochlea* — винт, *cuneus* — клин. Эти-то пять машин и подразумевал Ньютон, говоря о «potentiis quinque».

В английском переводе Motte'a слово «potentia» везде переведено словом «power», причём это английское слово имело тоже двойственное значение, как то видно, напр., по следующей выписке из гл. III MacLaurin — «An Account on Sir Isaac Newton's Philosophical Discoveries»: «It is distinguished by Sir I. Newton into practical and rational mechanics; the former treats of the mechanical powers viz: the lever, the axis and wheel, the pulley, the wedge and the screw to which the inclined plan is to be added and of their various combinations together. Rational Mechanics comprehends the whole theory of motion and shews when the powers or forces are given how to determine the motion that are produced by them»... «in tracing the powers that operate in nature from the phenomena we proceed by analysis and deducing the phenomena from the powers or causes that produce them we proceed by synthesis».

как это не есть усилие, производимое руками) рассматривалась ими не как сила, а лишь как грузы, движимые сказанными машинами. Мы же, рассуждая не о ремеслах, а об учении о природе, и следовательно, не об усилиях, производимых руками, а о силах природы, будем, главным образом, заниматься тем, что относится к тяжести, легкости, силе упругости, сопротивлению жидкостей и к тому подобным притягательным или натирающим силам. Поэтому и сочинение это нами предлагается как математические основания физики. Вся трудность физики, как будет видно, состоит в том, чтобы по явлениям движения распознать силы природы, а затем по этим силам объяснить остальные явления. Для этой цели предназначены общие предложения, изложенные в книгах первой и второй. В третьей же книге мы даем пример вышеупомянутого приложения, объясняя систему мира, ибо здесь из небесных явлений, при помощи предложений, доказанных в предыдущих книгах, математически выводятся силы тяготения тел к Солнцу и отдельным планетам. Затем по этим силам, также при помощи математических предложений, выводятся движения планет, комет, Луны и моря. Было бы желательно вывести из начал механики и остальные явления природы рассуждая подобным же образом, ибо многое заставляет меня предполагать, что все эти явления обусловливаются некоторыми силами, с которыми частицы тел, вследствие причин покуда неизвестных, или стремятся друг к другу и сцепляются в правильные фигуры, или же взаимно отталкиваются и удаляются друг от друга. Так как эти силы неизвестны, то до сих пор попытки философов объяснить явления природы и оставались бесплодными. Я надеюсь, однако, что или этому способу рассуждения, или другому болеециальному, изложенные здесь основания доставят некоторое освещение.

При издании этого сочинения оказал содействие остроумнейший и во всех областях науки ученейший муж Эдмунд Галлей, который не только правил типографские корректуры и озабочился изготовлением рисунков, но даже по его лишь настояниям я приступил к самому изданию. Получив от меня доказательства вида орбит небесных тел, он непрестанно настаивал, чтобы я сообщил их Королевскому обществу, которое затем своим благосклонным вниманием и заботливостью заставило меня подумать о выпуске их в свет. После того я занялся исследованием неравенств движения Луны, затем я попробовал сделать другия приложения, относящиеся: к законам и измерению сил тяготения и других; к исследованию вида путей, описываемых телами под действием притяжения, следующего какому-либо закону; к движению многих тел друг относительно друга; к движению тел

в сопротивляющейся среде; к силам, плотностям и движениям среды; к исследованию орбит комет, и к тому подобным вопросам; вследствие этого я отложил издание до другого времени, чтобы все это обработать и выдать в свет совместно.

Все относящееся к движению Луны (как не совершенное) сведено в следствиях предложения LXVI, чтобы не прибегать к отдельным доказательствам и к сложным методам, не соответствующим важности предмета, а также чтобы не прерывать последовательности прочих предложений. Кое что, найденное мною впоследствии, я предпочел вставить, может быть, и в менее подходящих местах, нежели изменять нумерацию предложений и ссылок. Я усерднейше прошу о том, чтобы все здесь изложенное читалось с благосклонностью и чтобы недостатки в столь трудном предмете не осуждались бы, а пополнялись новыми трудами и исследованиями читателей.

Ис. Ньютон.

Дано в Кембридже
в Коллегии св. Троицы
8 мая 1686 г.

ПРЕДИСЛОВИЕ АВТОРА КО ВТОРОМУ ИЗДАНИЮ

В этом втором издании «Начал» сделано много отдельных исправлений и некоторые добавления. Так, во втором отделе первой книги определение сил, под действием которых тела описывают заданные орбиты, изложено более просто и полно. В отделе четвертом второй книги сопротивление жидкостей исследуется более точно и теория его подтверждается новыми опытами. В третьей книге теория Луны и предварение равноденствий выводятся более полно из их начал и теория комет подтверждается примерами большего числа и более точно вычисленных орбит.

Ис. Ньютон.

Дано в Лондоне
28 марта 1713 г.

ПРЕДИСЛОВИЕ ИЗДАТЕЛЯ КО ВТОРОМУ ИЗДАНИЮ

Ньютоновой философии новое, столь давно желанное издание, теперь во многом исправленное и дополненное, предъявляем тебе, благосклонный читатель. Главнейшее содержание этого знаменитейшего сочинения ты можешь усмотреть в приложенных оглавлениях, о добавлениях же и изме-

кениях тебе указано в предисловии автора. Остается лишь кое что присовокупить относительно самого метода этой философии.

Пытавшихся излагать физику можно вообще отнести к трем категориям. Прежде всего выделяются приписывавшие разного рода предметам специальные скрытые качества, от которых неизвестно каким образом и должно было происходить, по их мнению, взаимодействие отдельных тел. В этом заключалась сущность схоластических учений, берущих свое начало от *Аристотеля и перипатетиков*. Они утверждали, что отдельные действия тел происходят вследствие особенностей самой их природы, в чем же эти особенности состоят, тому они не учили, следовательно, в сущности, они ничему не учили. Таким образом все сводилось к наименованию отдельных предметов, а не к самой сущности дела, и можно сказать, что ими создан философский язык, а не самая философия.

Другие, отбросив напрасное нагромождение слов, надеялись с большей пользою затратить свой труд. Они утверждали, что все вещество во вселенной однородно и что все различие видов, замечаемое в телах, происходит в некоторых простейших и доступных пониманию свойствах частиц, составляющих тела. Восходя, таким образом, от более простого к более сложному, они были бы правы, если бы они на самом деле приписали этим первичным частицам лишь те самые свойства, которыми их одарила природа, а не какие-либо иные. Но на деле они предоставляют себе право допускать какие им вздумается неведомые виды и величины частиц, неопределенные их расположения и движения, а также измышлять различные неощутимые жидкости, свободно проникающие через поры тел и обладающие всемогущею тонкостью и скрытыми движениями.

Таким образом они предаются фантазиям, пренебрегая истинною сущностью вещей, которая, конечно, не может быть изыскана обманчивыми предположениями, когда ее едва удается исследовать при помощи точнейших наблюдений. Задающие основания своих разсуждений из гипотез, даже если бы все дальнейшее было ими развито точнейшим образом на основании законов механики, создали бы весьма изящную и красивую басню, но все же лишь басню.

Остается третья категория — это те, кто является последователями экспериментальной философии (т. е. экспериментального метода при исследовании явлений природы). Они также стремятся вывести причины всего сущего из возможно простых начал, но они ничего не принимают за начало как только то, что подтверждается совершающимися явлениями. Они не измышляют гипотез и не вводят их в физику иначе, как в виде предполо-

жений, коих справедливость подлежит исследованию. Таким образом они пользуются двумя методами—аналитическим и синтетическим. Силы природы и простейшие законы их действия они выводят аналитически из каких-либо избранных явлений, и затем синтетически получают законы остальных явлений. Вот этот-то самый лучший способ исследования природы и принят преимущественно перед прочими нашим знаменитейшим автором. Лишь к этому методу он счел достойным приложить свои труды для его усовершенствования и развития. Он же дал и знаменитейший пример приложения этого метода, выведя счастливейшим образом изъяснение системы мира из теории тяготения. Уже и другими предполагалось или подозревалось существование тяготения как общего свойства тел, но лишь он первый и один из всех смог доказать существование тяготения на основании совершающихся явлений и положить его в основу самых возвышенных изысканий.

Мне, конечно, известны лица с видными именами, которые, страдая некоторыми предрассудками, неохотно соглашаются с этим новым началом и неведомому отдают предпочтение перед твердо установленным. Я не имею в виду вредить их славе, а хочу лишь все изложить вкратце, чтобы ты сам, благосклонный читатель, мог себе составить справедливое суждение об этом деле.

Чтобы начать разсуждение с простейшего и доступнейшего, рассмотрим в общих чертах, какова природа силы тяжести на Земле, чтобы затем с большей уверенностью перейти к телам небесным, столь далеко от нас отстоящим. Все философы согласны с тем, что все земные тела тяготеют к Земле. Уже давно подтверждено многочисленными опытами, что не существует истинно легких тел. То, что обычно называется легкостью, не есть истинная легкость, а лишь относительная, кажущаяся, происходящая от преобладающей тяжести тел окружающих.

Далее, если все тела тяготеют к Земле, то и Земля равным образом тяготеет ко всем телам. Что тяготение между Землей и телами есть действие взаимное и соответственно равное, обнаруживается следующим разсуждением. Вообразим, что весь объем Земли подразделен на две какие бы то ни было части, равные или неравные между собою; тогда, если бы их тяготения друг к другу не были бы между собою равны, то меньшее уступило бы большему, и по соединении частей они стали бы двигаться по прямой линии, уходя в бесконечность в ту сторону, куда направлено большее усилие, что совершенно противоречит опыту. Таким образом тяготения частей друг к другу взаимно-

уравновешиваются, т. е. действия тяготения взаимны и между собою равны.

Веса тел, равноотстоящих от центра Земли, относятся между собою как количества материи или массы тел. Об этом заключают по равенству ускорения всех падающих под действием веса тел, ибо силы, сообщающие неравным массам равные ускорения, должны быть пропорциональны массам, приводимым в движение. Равенство же ускорений всех падающих тел следует из того, что в *бильевой* пустоте, т. е. когда сопротивление воздуха устранено, все падающие тела проходят в равные времена равные пространства. Более же точно это подтверждается опытами над маятниками.

Притягательные силы тел при равных расстояниях пропорциональны массам тел. В самом деле, как тела Землею, так обратно и Земля телами притягиваются с равными усилиями, т. е. вес Земли на каждом из этих тел в отдельности, иначе — та сила, с которой Земля притягивается этим телом, равен весу самого этого тела на Земле, этот же вес пропорционален массе тела, следовательно и та сила, с которой каждое отдельное тело притягивает Землю, иначе — абсолютная притягательная сила тела, пропорциональна его массе.

Отсюда следует, что притягательная сила всего тела происходит и слагается из притягательных сил его частиц, и когда увеличивается или уменьшается количество вещества, то в той же пропорции надлежит увеличивать или уменьшать и его притягательную способность. Итак, действие Земли должно рассматривать как состоящее из действий отдельных частиц ее, следовательно и все земные тела взаимно притягиваются с абсолютными силами, пропорциональными массе притягивающего тела. Такова природа силы тяжести на Земле, рассмотрим, какова она в небесном пространстве.

Всеми философами признается как общий закон природы, что всякое тело удерживает свое состояние покоя или равномерного и прямолинейного движения, пока оно не будет вынуждено приложенными к нему силами изменить это состояние. Отсюда непосредственно следует, что тела, движущиеся по кривым линиям, т. е. так, что они непрерывно уклоняются от прямолинейных касательных к своим орбитам, побуждаются совершать свой криволинейный путь какою-либо постоянно действующей силою. Так как планеты обращаются по орбитам криволинейным, то необходимо существование некоторой силы, повторными действиями которой они непрестанно уклоняются от касательных.

Но признание этого равносильно признанию также того, что отсюда выводится математическими рассуждениями и что точнейшим образом доказывается, а именно: всякое тело, движущееся по какой-либо лежащей в плоскости кривой так, что радиусом, проводимым к точке, находящейся в покое или движущейся как бы то ни было, описывается площади, пропорциональные временам, находится под действием силы, направленной к сказанной точке. Астрономами установлено, что главные планеты около Солнца, спутники же — около своих главных описывают площади, пропорциональные временам; из этого следует, что та сила, которая их уклоняет от прямо-линейных касательных и вынуждает описывать криволинейные орбиты, направлена к тому телу, которое находится в центре орбиты. Этой силе может быть придано подходящее наименование: по отношению к движущемуся телу ее можно назвать центростремительной, по отношению к центральному телу — притягательной, независимо от того, какой бы причине ее происхождение ни приписывалось.

Затем необходимо признать также, как доказанное математически, что если несколько тел обращается равномерно по концентрическим кругам и квадраты времен обращения пропорциональны кубам расстояний этих тел от общего центра орбит, то центростремительные силы обратно пропорциональны квадратам расстояний.

Далее, если тела обращаются по орбитам, лишь близким к круговым, и вершины (апсиды) орбит неподвижны, то опять-таки центростремительные силы обратно пропорциональны квадратам расстояний. Все астрономы согласны между собою в том, что оба эти свойства имеют место для всех планет.

Таким образом центростремительные силы для всех планет обратно пропорциональны квадратам расстояний до центров орбит. Если кто возразит, что для планет, в особенности же для Луны, апсиды не находятся вполне в покое, но медленно перемещаются, то можно ответить, что если принять это медленное перемещение во внимание, то окажется, что центростремительная сила действительно отступает от обратной пропорциональности второй степени расстояний. Это отступление может быть найдено математически и окажется весьма незначительным. Так, даже для Луны, для которой оно наибольшее, оно едва повышает вторую степень, пропорциональность силы к которой в шестьдесят раз ближе, нежели к третьей. Но более правилен другой ответ, именно: что перемещение апсид происходит не от отступления силы от обратной пропорциональности второй степени расстояния, а от разного рода иных причин, что и устанавливается

превосходнейшим образом в этом сочинении. Следовательно, центростремительные силы, которыми главные планеты притягиваются к Солнцу, а спутники — к своим главным, в точности обратно пропорциональны квадратам расстояний.

Итак, в сказанном до сих пор установлено, что планеты удерживаются на своих орбитах некоторою силою, на каждую из них постоянно действующею, что эта сила направлена к центру орбиты, что ее напряжение возрастает при приближении к центру и убывает при удалении от него и что это возрастание происходит в той пропорции, в какой убывает квадрат расстояния, и убывание силы — в той пропорции, в какой квадрат расстояния растет. Посмотрим же теперь, делая сравнение между центростремительными силами планет и силою тяжести, одного ли они рода, или нет. Эти силы будут одного рода, если обладают одинаковыми свойствами и следуют тем же самым законам. Рассмотрим прежде всего центростремительную силу Луны, которая есть ближайшее к нам небесное тело.

Прямолинейные пространства, проходимые телами, пущенными из состояния покоя, в течение заданного промежутка времени под действием каких бы то ни было сил, пропорциональны этим силам, — это следует из математических рассуждений. Таким образом центростремительная сила Луны, обращающейся по своей орбите, будет так относиться к силе тяжести на поверхности Земли, как пространство, проходимое в течение весьма малого промежутка времени Луной под действием центростремительной силы при ее падении по направлению к Земле, вообразив, что она лишена кругового движения, относится к пространству, проходимому в течение того же малого промежутка времени тяжелым телом, падающим близ поверхности Земли под действием своего веса. Первое из этих пространств равно синусу верзусу дуги, описанной Луной за рассматриваемый промежуток времени; этим и определятся уклонение Луны от касательной, производимое центростремительной силой, и его можно вычислить, зная время обращения Луны и расстояния ее до центра Земли. Второе из сказанных пространств находится при помощи опытов над маятниками, как это показано Гюйгенсом. По производстве такого расчета оказывается, что отношение первого пространства ко второму, иначе — центростремительной силы Луны, обращающейся по своей орбите, к силе тяжести у поверхности Земли, равно отношению квадрата полудиаметра Земли к квадрату полудиаметра орбиты Луны. Но таково же отношение, как это следует из изложенного выше, и центростремительной силы Луны, обращающейся по своей орбите, к таковой же силе при движении Луны у самой поверхности