



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Г. А. Маховикова, С. В. Переверзева

Микроэкономика

Продвинутый курс

Учебник и практикум
для магистров

Допущено Учебно-методическим отделом высшего образования в качестве учебника для студентов высших учебных заведений, обучающихся по экономическим направлениям и специальностям

Книга доступна
в электронной библиотечной
системе biblio-online.ru

Москва
 **ЮРАЙТ**
издательство

2015

УДК 33
ББК 65.012.1я73
М36

Авторы:

Маховикова Галина Афонасьевна — кандидат экономических наук, профессор кафедры ценообразования и оценочной деятельности Санкт-Петербургского государственного экономического университета;

Переверзева Светлана Васильевна — кандидат экономических наук, доцент кафедры общей экономической теории Санкт-Петербургского государственного экономического университета.

Рецензенты:

Миэринь Л. А. — доктор экономических наук, профессор, заведующая кафедрой экономической теории и мировой экономики Санкт-Петербургского государственного экономического университета;

Иванов М. А. — кандидат экономических наук, доцент кафедры институциональной экономики Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики» (г. Санкт-Петербург).

Маховикова, Г. А.

М36 Микроэкономика. Продвинутый курс : учебник и практикум для магистров. — М. : Издательство Юрайт, 2015. — 322 с. — Серия : Магистр.

ISBN 978-5-9916-3590-5

Учебник подготовлен в соответствии с требованиями к обязательному минимуму содержания основной образовательной программы подготовки магистров по направлению «Экономика» в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования третьего поколения.

Учебник содержит систематизированное изложение наиболее трудных положений курса «Микроэкономика», развивающих базовый курс, прочитанный для бакалавров: теория поведения потребителя, теория производителя, выбор в условиях неопределенности, общее экономическое равновесие, фиаско рынка в случаях общественных благ, экстерналий и асимметрии информации. Главы учебника заканчиваются учебно-методическими материалами, включающими вопросы и упражнения для самоконтроля.

Для студентов экономических вузов, обучающихся по магистерской программе, а также для аспирантов экономических вузов и факультетов.

УДК 33
ББК 65.012.1я73

ISBN 978-5-9916-3590-5

© Маховикова Г. А., Переверзева С. В., 2013
© ООО «Издательство Юрайт», 2015

Оглавление

Введение.....	6
Глава 1. Теория поведения потребителя	9
1.1. Предпочтения и полезность.....	9
1.2. Задача потребителя	17
1.3. Косвенная полезность и расходы.....	19
1.4. Взаимосвязь функций полезности, потребительских расходов и косвенной функции полезности	23
1.5. Индивидуальный потребительский спрос и его свойства.....	23
<i>Вопросы и задания для самоконтроля</i>	<i>32</i>
<i>Упражнения</i>	<i>33</i>
Глава 2. Теория выявленных предпочтений	36
2.1. Предпосылки теории выявленных предпочтений.....	36
2.2. Взаимосвязь теории выявленных предпочтений с системой предпочтений потребителя.....	37
2.3. Слабая и сильная аксиомы выявленных предпочтений	41
2.4. Теория выявленных предпочтений и индексы цен.....	44
<i>Вопросы и задания для самопроверки.....</i>	<i>49</i>
<i>Упражнения</i>	<i>50</i>
Глава 3. Потребительский выбор в условиях риска и неопределенности	55
3.1. Понятия риска и неопределенности.....	56
3.2. Аксиомы потребительского выбора в условиях неопределенности	60
3.3. Функция полезности фон Неймана — Моргенштерна.....	63

3.4.	Мера абсолютного неприятия риска (коэффициент Эрроу — Пратта)	68
3.5.	Принятие решений в условиях неопределенности.....	69
3.6.	Задача выбора портфеля активов.....	76
3.7.	Спрос на страховку.....	77
<i>Вопросы и задания для самопроверки.....</i>		80
<i>Упражнения</i>		81
Глава 4.	Теория фирмы	87
4.1.	Производственная функция и ее свойства... ..	87
4.2.	Отдача от масштаба и изменение пропорций.....	94
4.3.	Издержки производства и выбор фирмы	97
4.4.	Максимизация прибыли	106
<i>Вопросы и задания для самопроверки.....</i>		114
<i>Упражнения</i>		115
Глава 5.	Рынок в теории равновесия	119
5.1.	Частичное равновесие	119
5.2.	Равновесие и благосостояние.....	135
<i>Вопросы и задания для самопроверки.....</i>		138
<i>Упражнения</i>		139
Глава 6.	Общее экономическое равновесие.....	142
6.1.	Модель общего экономического равновесия по Вальрасу	142
6.2.	Модель Эрроу — Дебре	151
6.3.	Теория общественного благосостояния	155
6.4.	Общественный выбор	189
<i>Вопросы и задания для самопроверки.....</i>		208
<i>Упражнения</i>		209
Глава 7.	Эффективность и «провалы» рынка	213
7.1.	Внешние эффекты.....	213
7.2.	Общественные блага.....	225
<i>Вопросы и задания для самопроверки.....</i>		240
<i>Упражнения</i>		241
Глава 8.	Теория игр	244
8.1.	Игры: основные понятия и принципы	244
8.2.	Статические игры с полной информацией	253

8.3.	Динамические игры с полной и неполной информацией	263
8.4.	Теоретико-игровые модели олигополистической конкуренции и двусторонней монополии	266
	<i>Вопросы и задания для самопроверки</i>	282
	<i>Упражнения</i>	284
Глава 9.	Информация и неопределенность	287
9.1.	Неблагоприятный отбор на рынке товаров и услуг	287
9.2.	Моральный риск и модель информационного взаимодействия «заказчик — исполнитель»	307
	<i>Вопросы и задания для самопроверки</i>	314
	<i>Упражнения</i>	314
Литература		321

Введение

Курс микроэкономики продвинутого уровня — фундаментальная составляющая системы экономических курсов для магистрантов.

Первостепенной задачей в курсе микроэкономики продвинутого уровня является изложение теоретических и прикладных проблем, развивающих базовый курс. Математический аппарат играет роль вспомогательного инструментария. Целочисленные надстрочные символы у буквенных обозначений, за исключением дифференциальных выражений, рассматриваются как индексы, если это не оговорено особо. Тем не менее предполагается, что студенты, приступая к изучению данного курса, владеют основами микроэкономического анализа в пределах программы бакалавриата, основными понятиями теории игр, а также необходимыми математическими знаниями (математический анализ, теория нелинейной оптимизации и теория вероятностей).

Цель дисциплины — ознакомить студентов с новейшими достижениями микроэкономической теории, наиболее актуальными для использования в хозяйственной практике.

Задача дисциплины — обеспечить современный методологический и теоретический фундамент практической деятельности студентов в качестве экономистов-практиков высшей квалификации.

В результате изучения микроэкономики продвинутого уровня магистрант будет ознакомлен с основными методами моделирования поведения потребителя в условиях риска и неопределенности; теорией выявленных предпочтений П. Самуэльсона; моделями поведения фирм в условиях несовершенной конкуренции; применением теоретико-игровых моделей анализа рынков; постановкой и содержанием модели общего экономического равновесия вальрасовского типа, а также с учетом внешних эффектов в модели равновесия.

После изучения данного курса студент должен:

знать

- различные теоретико-методологические подходы к моделированию поведения потребителя;

- различные альтернативные цели фирмы;
- методы анализа и модели микроэкономических рынков благ и факторов;
 - основные взаимосвязи в модели общего экономического равновесия вальрасовского типа;
 - альтернативные способы измерения благосостояния потребителей;
 - неопределенность и риск;
 - общественное благосостояние и его критерии;
 - нестратегические и стратегические факторы рыночной структуры;
 - основные модели, описывающие поведение фирм на рынке олигополии;
 - внешние эффекты и их интернализацию;

уметь

- решать задачи оптимизации положения потребителя и фирмы методом множителей Лагранжа, интерпретировать экономический смысл множителя Лагранжа;
- использовать функцию полезности фон Неймана — Моргенштерна для анализа риска и неопределенности в поведении потребителей;
- анализировать поведение потребителей с помощью функций спроса разного типа, а также теории выявленных предпочтений;
- анализировать поведение фирм на различных несовершенных рынках с помощью микромоделей;
- применять теоретико-игровые модели для анализа поведения фирм;
- анализировать стратегическое взаимодействие фирм на рынке олигополии в терминах теории игр, интерпретировать полученные результаты;
- показывать соотношение между основными моделями фирм на рынке олигополии;

владеть

- навыками микроэкономического моделирования с применением современных инструментов.

Рынок учебной литературы по курсу «Микроэкономика» сегодня чрезвычайно богат. Учитывая это обстоятельство, авторы поставили перед собой задачу написать такой учебник, который отличался бы от других, вместе с тем соответствуя официальным программам преподавания данного курса.

Чтобы решить эту задачу, авторы внесли изменения по сравнению с большинством учебников как в характер излагаемого материала, так и в круг рассматриваемых вопросов и тем.

В учебнике сделан упор на изложение современного видения многих научных проблем. В последнее время в курс «Микроэкономика» все чаще стали включаться разделы, объясняющие процесс принятия решений в условиях неопределенности, влияние асимметрии информации и риска на принимаемые решения, возникновение экстерналий, общественный выбор и т.д. Таким образом, в курс «Микроэкономика» постепенно включаются проблемы, актуальность которых в современных условиях возрастает и в исследованиях которых произошел существенный научный прорыв.

Учебник предназначен в первую очередь для студентов магистратуры, а также преподавателей и аспирантов.

В результате изучения данной главы студент должен:

знать

- аксиомы потребительского выбора, функции индивидуального спроса Маршалла и Хикса, понятие косвенной функции полезности;

уметь

- определять влияние каждой аксиомы предпочтения на структуру и представление предпочтений, выявлять эффекты замены и дохода и представлять общий эффект как сумму данных эффектов;

владеть

- современными моделями, объясняющими причины различного поведения потребителей, методом сравнительной статики, используемым для характеристики поведения экономического агента.

1.1. Предпочтения и полезность

Выводы о поведении потребителя логически следуют из аксиом потребительского выбора.

Аксиомы потребительского выбора математически выражают фундаментальные характеристики потребительского поведения и отношения к объектам выбора. Данные аксиомы формализуют точку зрения, согласно которой потребитель способен

делать выбор и что этот выбор является в известном смысле *непротиворечивым*.

В ситуации, когда $x^1 \succ x^2$, мы говорим, что для этого потребителя x^1 не хуже x^2 . В данном случае мы используем бинарное отношение (попарные сравнения).

Перечисленные ниже аксиомы задают базовые критерии, которым должны соответствовать эти попарные сравнения.

Аксиома 1. Полнота. Согласно данной аксиоме потребитель может сравнить любые два потребительских набора x^1 и x^2 и определить, является ли для него x^1 не хуже x^2 или x^2 не хуже x^1 .

Аксиома 2. Транзитивность. Для любых трех наборов x^1, x^2 и x^3 из соотношений $x^1 \succ x^2$ и $x^2 \succ x^3$ следует, что $x^1 \succ x^3$.

Эксперименты показали, что в различных ситуациях выбор реальных людей не всегда удовлетворяет условию транзитивности.

Из аксиом 1 и 2 следует, что потребитель может полностью упорядочить любое конечное число элементов потребительского множества X от наилучшего к наихудшему, причем некоторые элементы могут оказаться эквивалентными друг другу. Предпочтения, позволяющие потребителю так ранжировать альтернативы, называются *отношением предпочтения*.

Для анализа потребительских предпочтений используются понятия *строгого предпочтения* и *безразличия*.

Отношение $\succ$ называется *отношением строгого предпочтения*, если ясно, какое отношение имеется в виду. Выражение $x^1 \succ x^2$ читается как x^1 строго предпочитается x^2 .

Отношение $\sim$ называется *отношением безразличия*, если ясно, какое отношение имеется в виду. Выражение $x^1 \sim x^2$ читается как x^1 безразлично (эквивалентно) x^2 .

Используя понятия «строгое предпочтение» и «безразличие», можно охарактеризовать ранжирование потребителем любых двух альтернатив. Для любой пары x^1 и x^2 имеет место ровно одна из трех взаимоисключающих ситуаций: $x^1 \succ x^2$; $x^2 \succ x^1$ или $x^1 \sim x^2$.

Аксиома 3. Непрерывность. Аксиома непрерывности гарантирует невозможность резких изменений предпочтений на противоположные.

Для любого $x \in X$ множество наборов не лучших, чем набор x , и множество наборов не хуже набора x являются замкнутыми.

Аксиома 4. Монотонность. Данная аксиома утверждает, что если один набор x^0 содержит не меньше каждого товара, чем другой набор x^1 , то x^0 не хуже x^1 . Более того, x^0 строго лучше, если в нем строго больше каждого товара.

Данную аксиому иллюстрирует рис. 1.1.

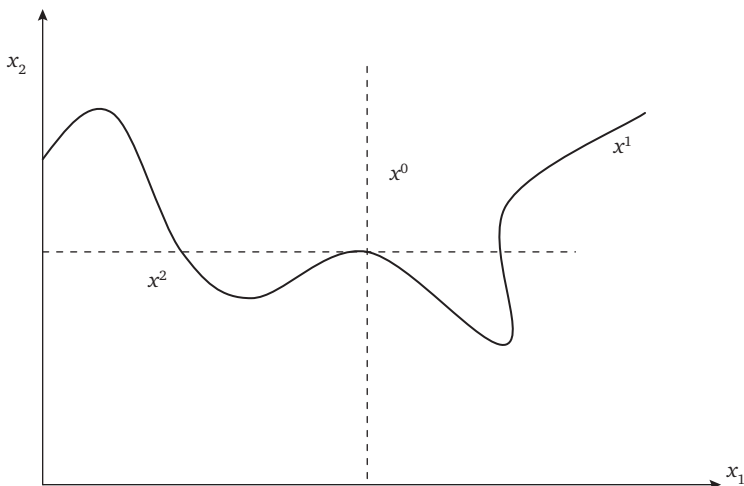


Рис. 1.1. Гипотетические предпочтения, удовлетворяющие аксиоме монотонности

Точки выше и правее x^0 и точки ниже и левее x^0 не могут находиться в том же множестве безразличия, что и x^0 . Любая точка выше и правее x^0 , например x^1 , содержит больше каждого товара по сравнению с x^0 . Все такие точки должны строго предпочитаться x^0 . Аналогично любая точка ниже и левее x^0 , например x^2 , содержит меньше каждого товара, поэтому x^0 должна строго предпочитаться x^2 .

Множество предпочтений, удовлетворяющих аксиомам 1, 2, 3 и 4, изображено на рис. 1.2.

Аксиома 5. Выпуклость. Если $x^1 \succ x^0$, то $tx^1 + (1-t)x^0 \succ x^0$ для любых $t \in [0, 1]$.

Данная аксиома в сочетании с аксиомами 1, 2, 3, 4 исключает появление вогнутых к началу координат участков во множествах безразличия, таких как в левой верхней части рис. 1.2. Поскольку x^1 и x^2 эквивалентны x^0 , то $x^1 \succ x^2$. Выпуклые комбинации двух этих точек, таких как x^t , будут лежать в множестве $\prec(x^0)$, нарушая условие аксиомы 5.

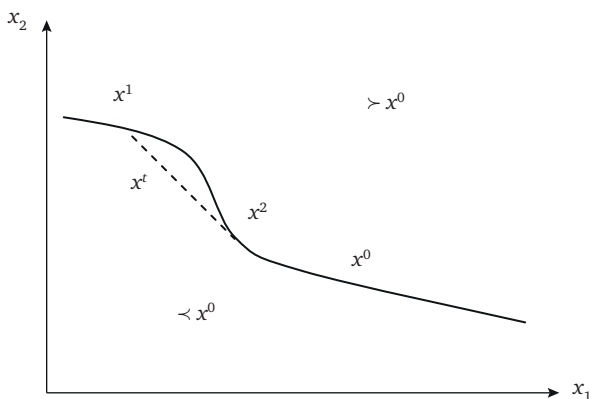


Рис. 1.2. Гипотетические предпочтения, удовлетворяющие аксиомам 1, 2, 3, 4

Смысл аксиомы 5 сводится к тому, чтобы запретить потребителю впадать в крайности, от предпочтений требуется некоторое «смещение» в сторону сбалансированности потребления.

Если предпочтения полны, транзитивны и непрерывны, то существует непрерывная функция U , отображающая множество X во множество действительных чисел, такая, что $U(x) \geq U(x')$ тогда и только тогда, когда $x \succ x'$ для всех $x, x' \in X$.

Отношение предпочтения — весьма неудобный инструмент изучения потребительского выбора. Оно является больше качественной категорией и не приспособлено для проведения количественных исследований. Поэтому нужен другой механизм, который, с одной стороны, был бы адекватен данному отношению предпочтения, т.е. отражал его основные свойства, с другой стороны, являлся бы численным индикатором отношения предпочтения. Таким механизмом является *функция полезности*.

Введение функции полезности существенно упрощает проведение анализа поведения потребителя. Если отношение предпочтения отражает «склонность» или «желание» потребителя, то функция полезности отражает понятие «выгодности» товаров. Полезность понимается как мера благосостояния и как критерий правильности принимаемых решений. Источником полезности является потребление товара. Термин «полезность» менее индивидуален, чем термин «предпочтение». Действительно, труднее угадать, что человеку хочется, чем определить, что ему полезнее, так как факт x_1 полезнее x_2 в отличие от x_1 предпочтительнее x_2 можно оценить по числовой шкале.

Ж.-Б. Сэй говорит: «Полезность в политической экономии — это способность вещей служить тем или иным способом человеку.

Самая бесполезная и даже самая неудобная вещь, каковой является судейская мантия, имеет свою полезность, если ее применение достаточно для того, чтобы придать ей цену.

Эта ценность есть мера полезности, какую данная вещь приносит, по мнению людей, мера удовлетворения, которое они извлекают из ее потребления; они не стремятся потреблять эту полезность, если за ту же цену они могут получить другую, которая может дать им большее удовлетворение.

Понимаемая таким образом полезность является основой спроса на продукцию и, следовательно, ее ценности. Но эта ценность не превышает расходов на производство, сверх этой нормы ценность повышает тот, кто нуждается в данном продукте, вернее, ему не приходится это делать самому, заботу об этом берет на себя предприниматель».

Если принять за абсолют эти определения и распространить их на все случаи, то можно впасть в серьезное заблуждение при определении меры полезности многих вещей, которые должны быть оценены иначе.

Приведем один пример. Высококвалифицированные инженеры задались вопросом, какова полезность дорог королевства и департаментов. Исходя из того что цена, которую платит общество за перевозки, осуществляемые на этих дорогах, составляет 500 млн в год и, опираясь на принципы Ж.-Б. Сэя, они говорят: «Поскольку общество согласно платить 500 млн за перевозки, то и полезность этих дорог оценивается в 500 млн; общество не стало бы платить эту цену, если бы не считало ее эквивалентной; следовательно, 500 млн являются мерой этой полезности». Минутного размышления достаточно, чтобы признать ошибочность этого рассуждения. Предположим введение какого-нибудь усовершенствования в средства транспорта, дороги и машины, которое привело бы к снижению расходов наполовину, т.е. те же услуги, за которые общество платит 500 млн, ему оказывались бы за 250 млн. Можно ли отсюда сделать вывод, что дороги стали наполовину менее полезными, если следовать изложенным выше принципам? Не является ли очевидным, что, наоборот, полезность от дорог не только не уменьшилась, но возросла на 250 млн.

Если общество платит 500 млн за услуги, оказываемые дорогами, то это означает только одно, а именно, что их полезность составляет

не менее 500 млн. Но она может быть в сто, в тысячу раз более значительной, хотя вам это и неизвестно.

Дюпюи Ж. О мере полезности гражданских сооружений // Вехи экономической мысли. Т. 1. Теория потребительского поведения и спроса / под ред. В. М. Гальперина. — СПб. : Экономическая школа, 1999. С. 28—30.

Функция полезности должна быть построена с учетом всех тех объективных и субъективных условий, которые влияют на предпочтение потребителя. Например, полезность денег оценивается не только их покупательной способностью. Так, с большой степенью уверенности можно утверждать, что полезность десяти заработанных долларов больше, чем те же десять долларов, найденных случайно на улице. Для наркомана «полезность» набора товаров тем выше, чем больше в нем содержится героина, а для нормального человека — наоборот. При построении функции полезности все эти нюансы, связанные с понятием полезности, учитываются тем обстоятельством, что эта функция строится сугубо на основе отношения предпочтения, т.е. каждому отношению предпочтения соответствует своя функция полезности.

Преимущество функции полезности относительно отношения предпочтения состоит, в частности, в том, что для анализа потребительского выбора можно использовать мощный аппарат дифференцирования.

Пусть функция полезности U дифференцируема и

$$\frac{\partial U}{\partial x_i} > 0, i = 1, \dots, n. \quad (1.1)$$

Частная производная (1.1) называется *предельной полезностью товара* вида i . Это есть полезность, получаемая от «дополнительной» доли товара вида i :

$$\frac{\partial U}{\partial x_i} = \lim_{\Delta x_i \rightarrow 0} \frac{U(x_1, \dots, x_{i-1}, x_i + \Delta x_i, x_{i+1}, \dots, x_n) - U(x_1, \dots, x_n)}{\Delta x_i}.$$

Поэтому неравенство (1.1) можно интерпретировать так: для любого набора товаров $x \in R_+^n$ возрастание потребления товара вида i при постоянном уровне потребления других товаров приводит к увеличению полезности. Таким образом, (1.1) — это условие ненасыщаемости, написанное для дифференцируемой функции полезности.

Предположим теперь, что функция U дважды дифференцируема и имеет непрерывные вторые частные производные. Для

такой функции свойство строгой вогнутости выполнено, если матрица Гессе

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 U}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 U}{\partial x_1 \partial x_2} \cdots & \frac{\partial^2 U}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 U}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 U}{\partial x_2^2} \cdots & \frac{\partial^2 U}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial^2 U}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 U}{\partial x_n \partial x_2} \cdots & \frac{\partial^2 U}{\partial x_n^2} \end{bmatrix}$$

отрицательно определена. Тогда, в частности, выполнены условия:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x_i^2} < 0, \quad i = 1, \dots, n. \quad (1.2)$$

Это неравенство говорит о том, что предельная полезность $(\partial U / \partial x_i)$ товара уменьшается по мере того, как продукт потребляется. Неравенства (1.1) и (1.2) отражают хорошо известный в экономической теории закон об убывающей предельной полезности (закон Госсена).

Необходимо подчеркнуть, что факт начала «маржинальной революции» едва ли кем был замечен, а о том, что она уже свершилась, впервые провозгласил в 1886 г. Л. Вальрас. Он исходил из выдвинутых им идей анализа предельных экономических величин и имел претензии на первенство в этой «революции». Но поскольку в пределах трех лет, т.е. 1871 — 1874 гг., работы подобной направленности были опубликованы также У. Джевансом и К. Менгером, между этими тремя экономистами началась неразрешимая, казалось бы, тяжба о научном приоритете. Однако в 1878 г. ее неожиданно прервал английский профессор Адамсон, случайно обнаруживший в Британском музее книгу тогда никому не известного немецкого автора Г. Госсена, изданную гораздо раньше (1854 г.) и содержащую изложение принципов маржинального анализа.

Между тем выяснилось, что и среди предшественников маржинализма — первооткрывателей категории «предельная полезность», используемой для анализа поведения потребителей, и пионеров математического анализа функциональных зависимостей для выявления равновесия в хозяйственной системе было сразу несколько авторов. Ими оказались наряду с Г. Госсеном еще один немецкий ученый и практик И.-Г. фон Тюнен, два французских исследователя — Ж. Дюпюи и О. Курно. В частности, П. Самуэльсон в своей лекции, прочитанной 11 декабря 1970 г. в Стокгольме на церемонии вручения ему Нобелевской премии по экономике, высоко оценивая их вклад в современную экономическую науку, говорил:

«Но задолго до Маршалла, в 1838 г., О. Курно в своем классическом труде «Исследования математических принципов и теории богатства» применил аппарат дифференциального исчисления, обеспечивающего максимум прибыли. Вопрос о минимизации затрат также был поставлен более ста лет тому назад. По крайней мере, им занимался фон Тюнен при рассмотрении понятия предельной производительности» (Самуэльсон П. Принцип максимизации в экономической науке // THESIS. Т. 1. Вып. 1. 1993. С. 185).

С понятием функции полезности неразрывно связано понятие *кривых безразличия*, имеющее широкое применение в теории потребления.

Рассмотрим произвольный набор $x' = (\bar{x}'_1, \bar{x}'_2)$. Поскольку кривая безразличия, проходящая через точку x^1 , является функцией на плоскости (x^1, x^2) , предположим, что она задается выражением $x_2 = f(x_1)$. Тогда при изменении x_1 точка $(x_1, x_2) = (x_1, f(x_1))$ описывает кривую безразличия, содержащую x^1 .

Следовательно, для любых x_1

$$U(x_1, f(x_1)) = \text{const.} \quad (1.3)$$

Предельная норма замещения первого блага на второе в точке $x^1 = (x^1_1, x^1_2)$ обозначается $MRS_{12}(x^1_1, x^1_2)$ и равна модулю наклона кривой безразличия, проходящей через (x^1_1, x^1_2) :

$$MRS_{12}(x^1_1, x^1_2) \equiv |f'(x^1_1)| = -f'(x^1_1), \quad (1.4)$$

поскольку $f' < 0$. Но $U(x_1, f(x_1))$ является константой по x_1 , поэтому ее производная по x_1 должна быть равна нулю:

$$\frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_1} + \frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_2} \cdot f'(x_1) = 0. \quad (1.5)$$

Из (1.4) и (1.5) следует, что

$$MRS_{12}(x_1) = \frac{\partial U(x^1) / \partial x_1}{\partial U(x^1) / \partial x_2}.$$

Аналогично если число товаров больше двух, то предельная норма замещения блага i благом j определяется как отношение их предельных полезностей:

$$MRS_{ij}(x) = \frac{\partial U(x) / \partial x_i}{\partial U(x) / \partial x_j}.$$

Если предельные полезности положительны, $MRS_{ij}(x)$ является положительным числом и показывает, в каком соотношении x_i можно заменить на x_j без изменения полезности потребителя.

Пример 1.1

Пусть товаром первого вида является кофе, второго — чай, а потребление этих продуктов в количествах x_1 и x_2 дает полезность, равную c , т.е. $U(x) = b_1x_1 + b_2x_2 = c$. Представим, что потребление кофе уменьшилось на α единиц. Тогда полезность упадет до уровня $c - b_1\alpha$. Для компенсации этой потери полезности надо увеличить потребление чая на величину β так, чтобы $U(x_1 - \alpha, x_2 + \beta) = c$. Отсюда найдем $\beta = \alpha(b_1 / b_2)$. В результате имеем:

$$U(x_1 - \alpha, x_2 + \beta) = b_1(x_1 - \alpha) + b_2(x_2 + \alpha \frac{b_1}{b_2}) = c = U(x_1, x_2).$$

В данном примере функция полезности позволяет определить размер замещения полностью взаимозамещаемых товаров.

1.2. Задача потребителя

Существует несколько способов описания оптимизационной задачи, с которой сталкивается потребитель. Один из таких способов — это нахождение точки, доставляющей наибольшую полезность на соответствующем множестве. В случае совершенного рынка потребитель с экзогенно заданным фиксированным доходом y сталкивается со стандартной задачей выбора такой корзины товаров x из множества X , чтобы достичь максимума полезности при следующем бюджетном ограничении:

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i \leq y. \quad (1.6)$$

Можно посмотреть на оптимизационную задачу потребителя и с другой стороны. Зафиксируем целевой уровень полезности и найдем наименьший бюджет, позволяющий потребителю достичь данного уровня. Таким образом, получим эквивалентную оптимизационную задачу, которую в экономике называют *двойственной*, заключающуюся в минимизации бюджета $\sum_{i=1}^n p_i x_i$ при ограничениях неотрицательности и ограничении на полезность

$$U(x) \geq v, \quad (1.7)$$

где v — экзогенно заданный уровень полезности.
Рассмотрим рис. 1.3.

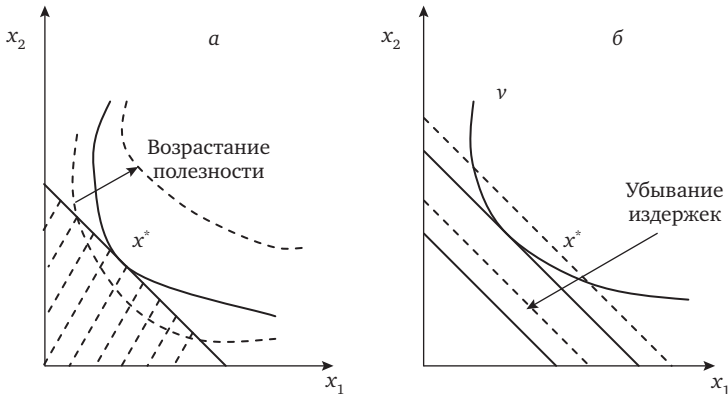


Рис. 1.3. Два взгляда на оптимизационную задачу потребителя

На рис. 1.3а описывается максимизация полезности при данном бюджетном ограничении, на рис. 1.3б — минимизация издержек при достижении некоторого данного уровня полезности.

Из взаимосвязи задач минимизации издержек и максимизации полезности вытекают некоторые важные результаты.

Представим задачу максимизации полезности в виде задачи максимизации лагранжиана

$$L(x, \mu, p, y) = U(x) + \mu \left[y - \sum_{i=1}^n p_i x_i \right], \quad (1.8)$$

где μ — множитель Лагранжа.

Условия первого порядка, характеризующие максимум полезности, имеют вид

$$U_i(x^*) \leq \mu^* p_i. \quad (1.9)$$

Кроме того, при решении задачи бюджетное ограничение должно быть выполнено как равенство:

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i^* = y. \quad (1.10)$$

Из условий первого порядка (1.9) следует, что если, максимизируя свою полезность, потребитель приобретает положительное количество блага i , то для любого другого блага j выполнено

$$\frac{U_j(x^*)}{U_i(x^*)} \leq \frac{p_j}{p_i}, \quad (1.11)$$

причем данное соотношение выполняется как равенство, если благо j также может потребляться в положительном количестве. Таким образом, если максимизирующие полезность количества двух благ положительны, то имеет место следующее соотношение $MRS_{ij} =$ соотношение цен.

Графически это означает, что в оптимуме происходит касание кривых безразличия и бюджетного ограничения.

1.3. Косвенная полезность и расходы

Обычная функция полезности $U(x)$ определена на потребителем множестве X и напрямую представляет предпочтения потребителя. Поэтому она называется *прямой функцией полезности*. При данных ценах p и доходе y потребитель выбирает набор $x(p, y)$, максимизирующий его полезность. Это будет наивысший уровень полезности из всех, которые допускаются бюджетным ограничением потребителя. Различные цены или доход будут задавать различные бюджетные ограничения, что в общем случае повлияет на выбор потребителя и итоговый уровень полезности. Соотношение между ценами, доходом и значением полезности можно определить с помощью вещественнозначной функции $v: R_+^n \times R_+ \rightarrow R$ следующим образом:

$$v(p, y) = \max_{x \in R_+^n} U(x) \text{ при } p \cdot x \leq y. \quad (1.12)$$

Функция $v(p, y)$ называется *косвенной функцией полезности*. Это функция, соответствующая задаче максимизации полезности потребителя.

Косвенная функция полезности обладает следующими свойствами:

- 1) непрерывна на $R_{++}^n \times R_+$;
- 2) однородна нулевой степени по (p, y) ;
- 3) строго возрастает по y ;
- 4) не возрастает по p ;
- 5) квазивыпукла по (p, y) ;
- 6) удовлетворяет тождеству Роя: если $v(p, y)$ дифференцируема в точке (p^0, y^0) и

$$\partial v(p^0, y^0) / \partial y \neq 0, \text{ то } x_i(p^0, y^0) = \frac{\partial v(p^0, y^0) / \partial p_i}{\partial v(p^0, y^0) / \partial y}, i = 1, \dots, n.$$

Тождество Роя показывает, что при изменении цены товара изменяются расходы потребителя и, следовательно, варьирует уровень полезности товарного набора, который может приобрести индивид.

Косвенная функция не возрастает по ценам. Если растут цены при постоянном доходе, то объемы спроса в оптимальном наборе уменьшаются. Если цена хотя бы одного товара строго возрастает, то общая полезность строго убывает. Данная функция строго возрастает по доходу при неизменных ценах. С ростом дохода увеличивается количество продуктов в оптимальном наборе потребителя. Функция является однородной функцией по всем одновременно изменяющимся переменным. Это означает, что если все переменные (цены всех товаров и доход потребителя) увеличиваются в γ или γ^t раз, то общая полезность приобретаемого набора не изменяется. Запишем это свойство для набора, состоящего из двух товаров: $v(\gamma p_1, \gamma p_2, \gamma I) = U[x_1^*(\gamma p_1, \gamma p_2, \gamma I), x_2^*(\gamma p_1, \gamma p_2, \gamma I)] = U[x_1^*(p_1, p_2, I), x_2^*(p_1, p_2, I)] = v(p_1, p_2, I)$. Для $t = 0$ косвенная функция полезности является однородной нулевой степени. В отличие от кривых безразличия уровни косвенной функции полезности квазивыпуклы к началу координат. Поэтому если при переходе от одной на другую более высокую кривую безразличия полезность набора увеличивается, то в случае косвенной функции полезности отображаемые ею уровни полезности нарастают в направлении не от начала координат, а в обратном направлении. Благодаря строгому изменению косвенной функции полезности по доходу (возрастанию или убыванию) она имеет обратную функцию — функцию расходов потребителя.

Так как цены товаров и доход потребителя положительны, то косвенная функция полезности $v(p_1, p_2, \dots, p_n, I)$ непрерывна по всем переменным.

Косвенная функция полезности применяется для изучения влияния налогов и субсидий на уровень полезности набора, приобретаемого потребителем. Ведь налоги уменьшают, а субсидии увеличивают доход потребителя.

Косвенная функция полезности дает эффективный способ описания поведения на рынке. Не менее нужным является функция расходов. Чтобы построить косвенную функцию полезности, мы фиксировали рыночные цены и доход и искали максимальный уровень полезности, достижимый потребителем при этих ценах и доходе. Чтобы построить функцию расходов, мы фиксируем цены и уровень полезности и задаем вопрос: «Какой минимальный объем денежных расходов обеспечивает потребителю при данных ценах достижение заданного уровня полезнос-

ти?» При этом мы игнорируем любые ограничения, связанные с доходом потребителя, и просто спрашиваем: сколько потребителю придется потратить, чтобы получить некоторый уровень полезности?

Рассмотрим рис. 1.4.

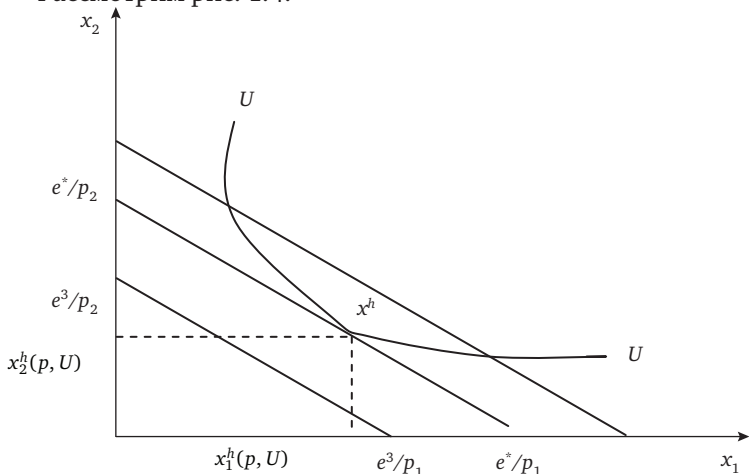


Рис. 1.4. Поиск наименьшего уровня расходов, необходимого для достижения полезности U

Каждая из параллельных прямых изображает все наборы x , для приобретения которых требуется один и тот же объем совокупных расходов при ценах $p = (p_1, p_2)$.

Каждая из этих *кривых постоянных расходов* неявно задается уравнением $e = p_1x_1 + p_2x_2$ для различных объемов совокупных расходов $e > 0$. Все они имеют одинаковый наклон $-p_1/p_2$, но пересекают горизонтальную и вертикальную оси в разных точках. Кривые постоянных расходов, более удаленные от начала координат, содержат более дорогие наборы, менее удаленные — более дешевые наборы. Если зафиксировать уровень полезности U , то кривая безразличия $U(x) = U$ даст все наборы, приносящие потребителю именно эту полезность. Кривая постоянных расходов e^3 указывает на то, что при данных ценах у потребителя недостаточно средств, чтобы достичь полезности U .

Для построения функции расходов нам нужен *минимальный объем расходов*, необходимый потребителю для достижения полезности U , или самая низкая кривая постоянных расходов, которая имеет хотя бы одну общую точку с кривой безраз-

личия U . Очевидно, что это будет объем расходов e^* , а самым дешевым набором, который обеспечивает полезность U при ценах p , будет набор $x^h(x_1^h(p, U), x_2^h(p, U))$. Если обозначить минимальный объем расходов, необходимый для достижения полезности U при ценах p , через $e(p, U)$, то он будет равен стоимости набора x^h , т.е. $e(p, U) = p_1 x_1^h(p, U) + p_2 x_2^h(p, U) = e^*$.

В общем виде функция расходов определяется

$$e(p, U) = \min_{x \in R_+^n} p \cdot x \text{ при } U(x) \geq U \quad (1.13)$$

для всех $p > 0$ и всех достижимых уровней полезности U .

Если функция полезности непрерывна и строго возрастает, то функция расходов обладает следующими свойствами:

1) равна нулю, когда $U(\bullet)$ принимает наименьшее значение из множества U ;

2) непрерывна на множестве определения $R_+^n \times U$;

3) для всех $p > 0$ строго возрастает и не ограничена сверху по U ;

4) возрастает по p ;

5) однородна первой степени по p ;

6) вогнута по p .

Если, кроме того, $U(\bullet)$ квазивогнута, то лемма Шепарда:

7) $e(p, U)$ дифференцируема по p в точке (p^0, U^0) , $p^0 > 0$ и

$\frac{de(p^0, U^0)}{dp_i} = x_i^h(p^0, U^0)$, $i = 1, \dots, n$. Это лемма Шепарда, которая показывает, как изменяются оптимальные расходы потребителя при росте цены товара.

Взаимосвязь между решением задач максимизации функции полезности и минимизации расходов представлена в табл. 1.1.

Таблица 1.1. Взаимосвязь максимизации функции полезности и минимизации расходов

Задача максимизации функции полезности имеет вид:	Задача минимизации расходов
$U(x_1, x_2) \rightarrow \max$ $p_1 x_1 + p_2 x_2 = e$. (x_1^*, x_2^*) – максимальное решение, $x_1^* = x_1^*(p_1, p_2, e)$, $x_2^* = x_2^*(p_1, p_2, e)$, $U^* = U(x_1^*, x_2^*) = v(p_1, p_2, e)$	$p_1 x_1 + p_2 x_2 = e \rightarrow \min$, $U^* = U(x_1, x_2)$. (x_1^*, x_2^*) – минимальное решение, $x_1^* = H_1(p_1, p_2, U^*)$, $x_2^* = H_2(p_1, p_2, U^*)$, $i(p_1, p_2, U^*) = p_1 x_1^* + p_2 x_2^*$.

1.4. Взаимосвязь функций полезности, потребительских расходов и косвенной функции полезности

Хотя косвенная функция полезности и функция расходов концептуально различны, между ними существует тесная связь.

Зафиксируем (p, y) и положим $U = v(p, y)$. По определению функции v это означает, что при ценах p уровень полезности U является максимально достижимым, если доход потребителя равен y . Следовательно, если бы при ценах p потребитель хотел достичь уровня полезности не ниже, чем U , то доход y позволил бы ему сделать это. Вспомним, что $e(p, U)$ — это минимальный объем расходов, необходимый для того, чтобы достичь уровня полезности не ниже U . Тогда $e(p, U) \leq y$. Следовательно, определения функций v и e приводят нас к неравенству

$$e(p, v(p, y)) \leq y, \quad \forall (p, y) \gg 0. \quad (1.14)$$

Теперь зафиксируем (p, U) и положим $y = e(p, U)$. По определению функции e это означает, что при ценах p доход y является наименьшим, который позволяет потребителю достичь уровня полезности не ниже U . Но поскольку $v(p, y)$ является максимальным уровнем полезности, достижимым при ценах p и доходе y , то следует, что $v(p, y) \geq U$. Таким образом, определения функций v и e также означают, что

$$v(p, e(p, U)) \geq U, \quad \forall (p, U) \in R_{++}^n \times U \quad (1.15)$$

На самом деле неравенства (1.14) и (1.15) должны выполняться как равенства:

$$e(p, v(p, y)) = y;$$

$$v(p, e(p, U)) = U,$$

что доказывает связь между косвенной функцией полезности и функцией расходов.

1.5. Индивидуальный потребительский спрос и его свойства

1.5.1. Функция индивидуального спроса Маршалла

Когда решения задачи максимизации полезности рассматриваются как функции p и y , их называют *обыкновенными* или *маршалловскими функциями спроса* (функциями спроса

по Маршаллу). Если доход и цены всех товаров, кроме данного, зафиксированы, то график зависимости между объемом спроса на этот товар x_i и его ценой p_i является стандартной кривой спроса на него.

Связь между задачей потребителя и поведением потребительского спроса проиллюстрирована на рис. 1.5.

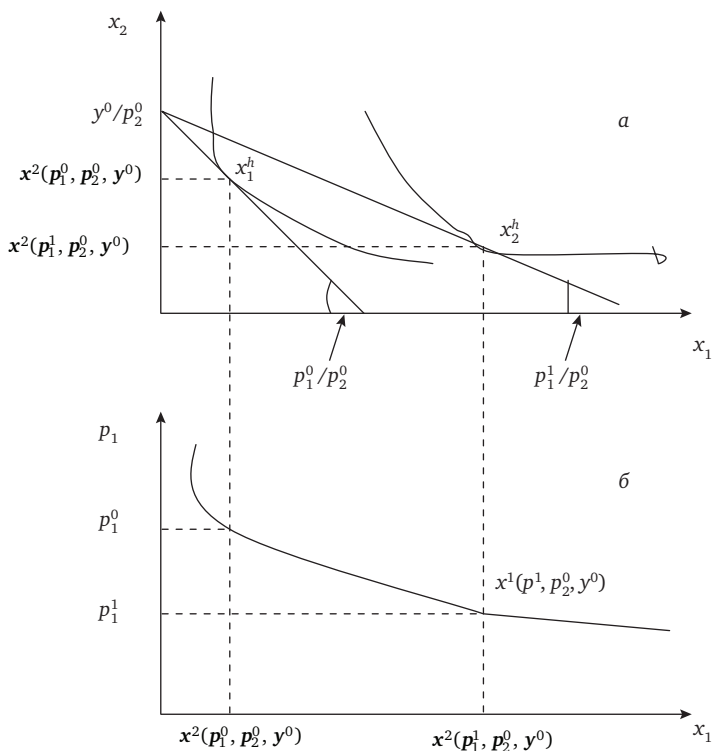


Рис. 1.5. Задача потребителя и изменение потребительского спроса

На рис. 1.5а потребитель сталкивается с ценами p_1^0 и p_2^0 и располагает доходом y^0 . Объемы товаров $x_1(p_1^0, p_2^0, y^0)$ и $x_2(p_1^0, p_2^0, y^0)$ являются решениями задачи потребителя и максимизируют его полезность при данных ценах и доходе.

На рис. 1.5б цена товара 1 откладывается по вертикальной оси, а объем спроса на товар 1 — по горизонтальной оси. Если изобразить цену p_1^0 и соответствующий объем спроса на товар 1

(при данных цене p_2^0 и доходе y^0), то мы получим одну точку маршалловской кривой спроса потребителя на товар 1. При том же доходе и цене товара 1 ($p_1^1 < p_1^0$) объемы товаров $x_1(p_1^1, p_2^0, y^0)$ и $x_2(p_1^1, p_2^0, y^0)$ также являются решениями задачи потребителя и максимизируют полезность. Если изобразить цену p_1^1 и соответствующий ей объем спроса на товар 1, то мы получим другую точку маршалловской кривой спроса на товар 1 на рис. 1.5б. Рассмотрев все возможные значения p_1 , мы построим всю кривую спроса на товар 1. При других уровнях дохода и других ценах товара 2 положение и форма кривой спроса на товар 1 будут другими, но положение и форма этих кривых всегда будут определяться свойствами или предпочтениями потребителя.

1.5.2. Функция индивидуального спроса Хикса

Если зафиксировать полезность, которую может получить потребитель на некотором произвольном уровне U , то возникает вопрос: как будет изменяться объем каждого из приобретаемых товаров при изменении цен? Функции спроса, о которых идет речь, являются *функциями спроса с постоянной полезностью*. Мы полностью игнорируем объем денежных доходов потребителя и уровень полезности, которого он действительно может достичь. Известно, что если у потребителя имеется некоторый доход и происходит изменение цен, то объем его покупок, как правило, изменяется в соответствии с уровнем достигаемой им полезности. Вообразим процесс, при котором любое снижение цены и соответствующий прирост полезности потребителя компенсируются снижением его дохода и при снижении полезности до исходного уровня. Аналогично, увеличение одной из цен, приводящее к снижению полезности, должно быть компенсировано таким увеличением дохода, чтобы сопровождающий его прирост полезности был равен ее снижению. Поскольку в этом процессе любое изменение полезности, связанное с изменением цен, компенсируется изменением полезности за счет гипотетического изменения дохода, описываемые здесь гипотетические функции спроса часто называются *функциями компенсированного спроса*. Первым в таком виде их описал Дж. Хикс, поэтому они более известны как *хиксовские функции спроса* (функции спроса по Хиксу).

Рассмотрим рис. 1.6.

Если зафиксировать достижимую потребителем полезность на уровне U (рис. 1.6а) и задать цены p_1^0 и p_2^0 , то бюджетное ограничение будет иметь наклон $-p_1^0/p_2^0$. Заметим, что максимизация полезности и минимизация расходов достигаются тогда в точке с координатами $x_1^h(p_1^0, p_2^0, U)$ и $x_2^h(p_1^0, p_2^0, U)$. Если снизить цену товара 1 до $p_1^1 < p_1^0$, оставляя потребителя на кривой безразличия с уровнем полезности U , путем соответствующего снижения дохода, то новая бюджетная линия будет иметь наклон $-p_1^1/p_2^0$, а точка, максимизирующая полезность, — координаты $x_1^h(p_1^1, p_2^0, U)$ и $x_2^h(p_1^1, p_2^0, U)$. Если зафиксировать цену

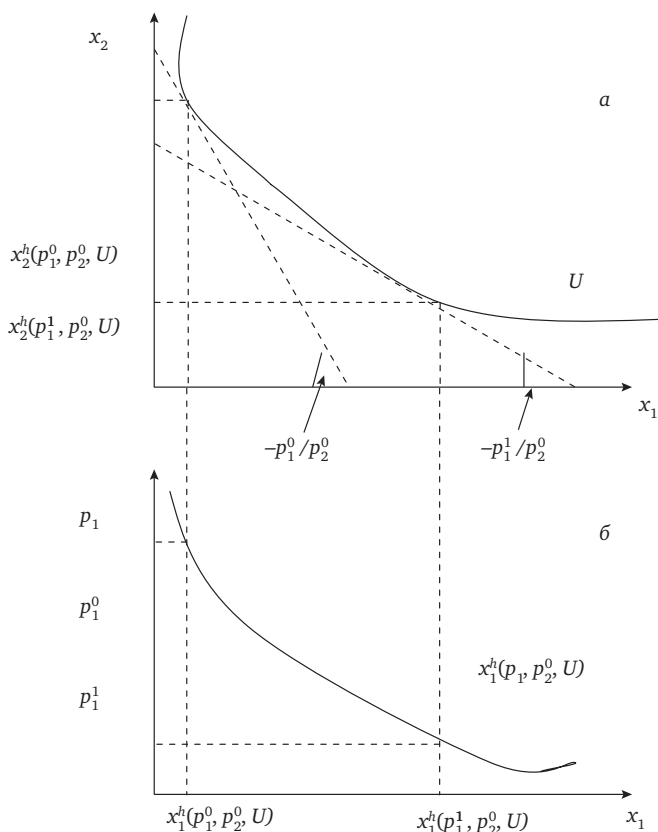


Рис. 1.6. Хиксовский спрос на товар 1

p_2^0 и изобразить, как показано на рис. 1.6б, цены товара 1 и соответствующие гипотетические количества товара 1, которые потребитель приобретет при этих ценах, при условии, что его полезность ограничена уровнем U , то получится псевдокривая спроса. Это построение и есть кривая спроса по Хиксу на товар 1 при уровне полезности U . Очевидно, что кривые спроса по Хиксу будут различными для разных уровней полезности, т.е. для разных кривых безразличия. Форма и положение каждой из них при этом будут определяться потребительскими предпочтениями.

1.5.3. Эффекты замены и дохода

Обычно считается, что при прочих равных условиях потребитель приобретает больше товара, когда цена снижается, и меньше, когда она растет. На рис. 1.7 показано, что это вовсе не обязательно.

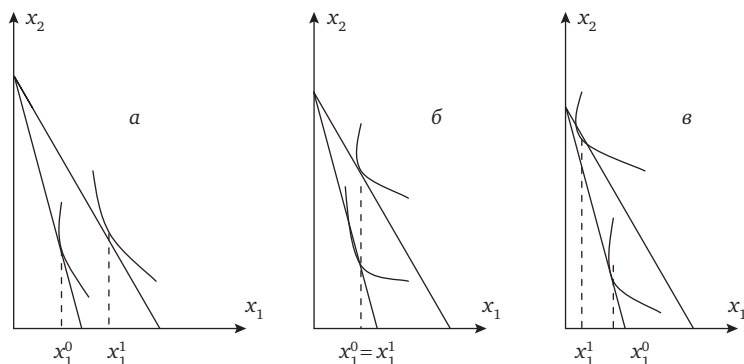


Рис. 1.7. Изменение объема спроса в зависимости от изменения цены

На рис. 1.7а снижение цены товара 1 ведет к росту объема спроса на этот товар; на рис. 1.7б снижение цены не влияет на количество приобретаемого товара 1; на рис. 1.7в снижение цены ведет к снижению объема спроса на товар 1.

Когда цена товара снижается, существует, по крайней мере, две концептуально различные причины, по которым может произойти изменение величины объема спроса. Во-первых, этот товар становится относительно дешевле по сравнению с другими. Поскольку все товары являются привлекательными для потребителя, то даже если бы его способность приобретать

товары оставалась неизменной, можно было бы ожидать, что относительно более дорогие товары будут замещаться относительно более дешевыми. Это *эффект замещения*. В то же время при изменении цены способность потребителя приобретать товары, вообще говоря, *не остается* неизменной. Когда цена любого из товаров снижается, эта способность фактически возрастает, позволяя потребителю изменять количество *всех* покупаемых товаров. Влияние общего увеличения покупательной способности на объем спроса называется *эффектом дохода*. Общий эффект всегда в точности равен сумме эффекта замещения и эффекта дохода.

Рассмотрим рис. 1.8.

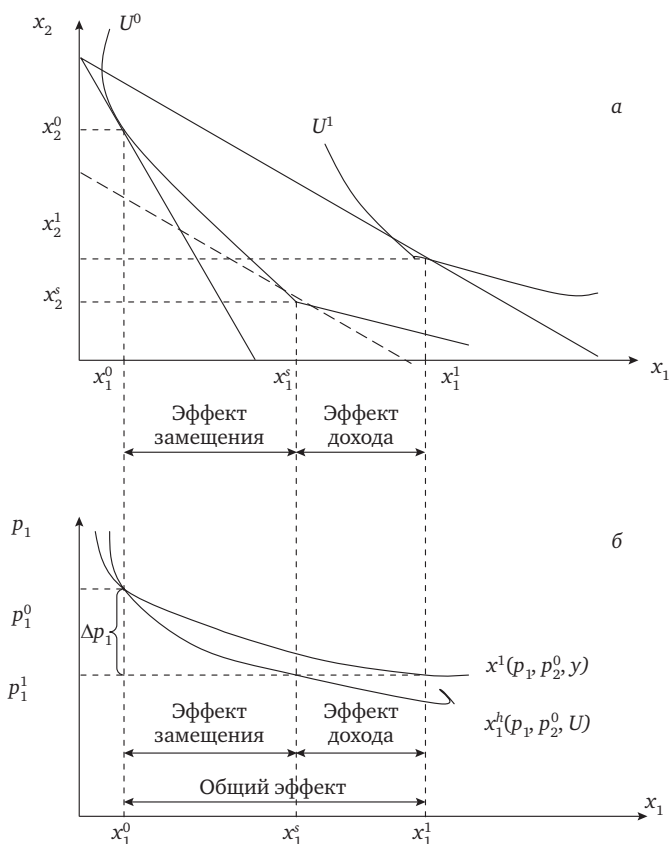


Рис. 1.8. Разложение общего эффекта при изменении цены (p_1) по Хиксу

Потребитель изначально сталкивается с ценами p_1^0 и p_2^0 и имеет доход y (рис. 1.8а). Он приобретает товары в объеме x_1^0 и x_2^0 и достигает уровня полезности U^0 . Предположим, что цена товара 1 падает до величины $p_1^0 < p_1^0$ и что общий эффект от этого заключается в увеличении потребления товара 1 до x_1^1 и снижении потребления товара 2 до x_2^1 . Допустим, что цена товара 1 снижается до уровня p_1^1 , а потребителю предоставляется возможность осуществлять выбор на прежней кривой безразличия U^0 . Это выгляди́т так, как будто мы поставили потребителя перед новыми относительными ценами, но сократили его доход (соответствующая бюджетная линия показана пунктиром) и предложи́ли максимизировать полезность при этом ограничении. В этой ситуации потребитель увеличит потребление товара 1, который стал относительно дешевле, с x_1^0 до x_1^1 и сократит потребление товара 2, который стал относительно дороже, с x_2^0 до x_2^1 . Эти гипотетические изменения потребления представляют собой эффекты замещения по Хиксу для товаров 1 и 2, и мы считаем, что они связаны исключительно с изменением относительных цен при неизменном благосостоянии потребителя ($U^0 = \text{const}$).

После гипотетических изменений от x_1^0 и x_2^0 до x_1^1 и x_2^1 нужно объяснить изменения от x_1^1 и x_2^1 до x_1^1 и x_2^1 . Это как раз те изменения, которые произошли бы, если при новых ценах и первоначальном уровне полезности U^0 реальный доход потребителя увеличился, тем самым сдвинув гипотетическое бюджетное ограничение, обозначенное пунктирной линией, до уровня окончательной бюджетной линии, отражающей изменение цены и касающейся кривой безразличия U^1 . Именно в этом смысле эффект дохода по Хиксу представляет изменения в потреблении как следствие исключительно изменения в цене.

На рис. 1.8б игнорируется все происходящее с товаром 2 и фокусируется внимание только на товаре 1. Очевидно, что точки (p_1^0, x_1^0) и (p_1^1, x_1^1) лежат на маршалловской кривой спроса на товар 1. Аналогично точки (p_1^0, x_1^0) и (p_1^1, x_1^1) лежат на хиксовской кривой спроса на товар 1 при исходном уровне полезности U^0 . Как видно, хиксовская кривая спроса на товар в точности отражает эффект замещения по Хиксу от изменения цены на этот товар. Маршалловская кривая спроса отражает общий эффект изменения цены на товар. Эти две кривые вследствие наличия эффекта дохода по Хиксу отклоняются друг от друга на расстояние, равное величине этого эффекта.

Связь между общим эффектом, эффектом замещения и эффектом дохода задается уравнением Слуцкого. Его иногда называют «фундаментальным уравнением теории спроса».

Пусть $x(p, y)$ — маршалловский спрос потребителя; U^* — уровень полезности, который достигается потребителем при ценах p и доходе y . Тогда

$$\frac{\partial x_i(p, y)}{\partial p_j} = \frac{\partial x_i^h(p, U^*)}{\partial p_j} - x_j(p, y) \frac{\partial x_i(p, y)}{\partial y}, \quad i, j = 1, \dots, n. \quad (1.16)$$

общий эффект	эффект замещения	эффект дохода
-----------------	---------------------	------------------

Уравнение Слуцкого дает строгое аналитическое выражение для эффектов замены и дохода.

Чувствительность спроса на изменение цен и дохода измеряется эластичностью. Напомним, что эластичность спроса по цене показывает, какое процентное изменение спроса последует за однопроцентным увеличением цены товара:

$$\varepsilon_{p_i}(x_i^*) = \frac{\partial x_i^*}{\partial p_i} \cdot \frac{p_i}{x_i^*}, \quad i = 1, \dots, n.$$

Так как при движении по кривой безразличия $U = U(x^*)$ величина $\frac{\partial x_i^*}{\partial p_i}$ меняется (за исключением некоторых тривиальных случаев) и тем более изменяются p_i и x_i^* , то эластичность спроса по цене в различных точках кривой безразличия отличается.

Тривиальным является случай, когда функция спроса линейна: $x_i^* = a_i - b_i p_i$, $a_i, b_i - \text{const.}$ В этом случае $\frac{\partial x_i^*}{\partial p_i}$ постоянна и равна $-b_i$, однако эластичность не постоянна ввиду непостоянства отношения $\frac{p_i}{x_i^*}$. Например, (рис. 1.9) в случае одного товара:

$$\begin{aligned} \varepsilon_p(x^*) \Big|_{(a, 0)} &= 0, \\ \varepsilon_p(x^*) \Big|_{\left(\frac{a}{2}, \frac{a}{2b}\right)} &= -1, \\ \varepsilon_p(x^*) \Big|_{\left(0, \frac{a}{b}\right)} &= -\infty. \end{aligned}$$

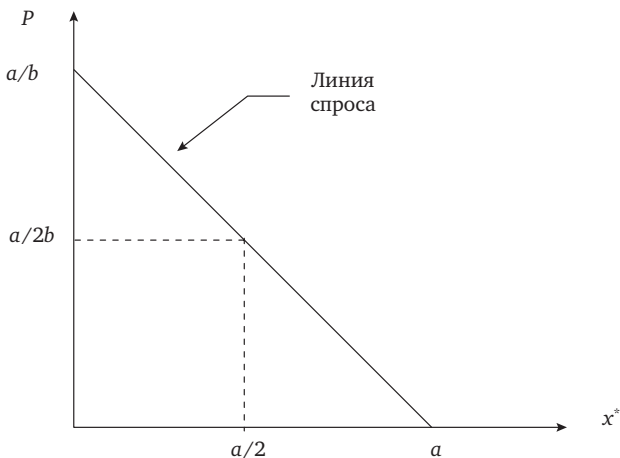


Рис. 1.9. Линейная функция спроса

Имеется еще два тривиальных случая эластичности спроса по цене, когда линия спроса абсолютно эластична и когда она абсолютно неэластична.

Если требуется измерение эластичности на отрезке (точнее, на дуге), а не в точке кривой спроса, то применяют дуговую эластичность спроса по цене:

$$\bar{\epsilon}_{p_i}(x_i^*) = \frac{\Delta x_i^*}{\Delta p_i} \cdot \frac{\bar{p}}{\bar{x}_i^*}$$

Пример 1.2

Пусть кривая спроса имеет вид $p = 200 - (x^*)^2$. Требуется вычислить эластичность спроса по цене при изменении последней от $p^1 = 136$ до $p^2 = 119$. Прежде всего найдем соответствующие этим ценам количества товаров:

$$x^{*1} = \pm\sqrt{200 - p^1} = \pm\sqrt{200 - 136}; \quad x^{*2} = \pm\sqrt{200 - p^2} = \pm\sqrt{200 - 119}.$$

Отбрасывая отрицательные значения корней, как не имеющих смысла, найдем $x^{*1} = 8$, $x^{*2} = 9$. Вычислим дуговую эластичность

$$\epsilon_p(x^*) = \frac{1}{17} \cdot \frac{127,5}{8,5} = 0,88.$$

1.5.4. Сравнительная статика индивидуального спроса: агрегирование благ

Если мы попытаемся применить какую-либо модель поведения потребителя для эмпирических исследований, то столкнемся с целым рядом трудностей. Например, изучая потребительский выбор, мы почти наверняка обнаружим, что многие компоненты потребительского выбора равны нулю, а следовательно, применение моделей потребительского поведения для таких благ может быть крайне неудобным.

Отсюда возникает ряд вопросов. Как определяется количество благ n ? Можно ли считать эту величину фиксированной? Для ответа на эти вопросы воспользуемся понятием «композиционное благо».

Пусть относительная цена блага 3, выраженная в благах 2, всегда постоянна. Тогда задача максимизации функции полезности $U(x_1, x_2, x_3)$ при ограничении $p_1x_1 + p_2x_2 + p_3x_3 \leq y$ эквивалентна задаче максимизации $\bar{U}(x_1, x)$ при ограничении $p_1x_1 + \bar{p}x \leq y$, где $\bar{p} := p_2 + p_3$, $\bar{x} := \alpha x_2 + [1 - \alpha]x_3$, $\alpha := p_2 / \bar{p}$.

Этот результат нетрудно распространить со случая трех благ на их произвольное число, таким образом эффективно решая задачу агрегирования по группам благ. Следовательно, если относительные цены группы благ остаются неизменными, мы можем рассматривать эту группу как отдельное благо.

Вопросы и задания для самоконтроля

1. Сформулируйте задачу максимизации функции полезности потребителя при бюджетном ограничении.
2. Назовите условие задачи минимизации расходов потребителя при фиксированном уровне полезности и сформулируйте ее в обобщенном виде.
3. Выведите функцию спроса по Маршаллу на продукт со стороны потребителя и охарактеризуйте свойства этой функции.
4. Что представляет собой косвенная функция полезности и каковы ее свойства?
5. Объясните необходимость использования метода Лагранжа в решении задачи минимизации расхода потребителя при фиксированном уровне полезности.
6. Запишите и поясните свойства функции спроса по Хиксу на продукт со стороны потребителя и функции его расходов.